

**LATVIJAS 51. MATEMĀTIKAS OLIMPIĀDES 3. KĀRTAS UZDEVUMU  
ATRISINĀJUMI.**

**9.1.** a) piemēram, tā:  $(0;0) \rightarrow (0;5) \rightarrow (3;1) \rightarrow (0;-3) \rightarrow (-4;0) \rightarrow (1;0)$ ;  
 b) tā kā sienāzis režģī var nokļūt uz blakus punktu, tad viņš pakāpeniski var nokļūt uz jebkuru režģa punktu.

**9.2.** Apzīmēsim dalījumu ar  $k$ . Tā kā  $A$  un  $B$  ir vienāds ciparu skaits ( $B \geq A!$ ), tad  $k < 10$ . Piemēri  $A=111$ ;  $A=2178$ ;  $A=1089$  parāda, ka  $k$  var būt 1; 4; 9. Pierādīsim, ka citu iespēju nav. Apzīmēsim  $A$  un  $B$  pirmos ciparus atbilstoši ar  $a$  un  $b$ . Ja  $k > 1$ , tad  $a < b$ . Ja  $k \geq 5$ , tad  $a=1$ ; tāpēc  $k$  nevar būt 5; 6; 8 (jo šajos gadījumos  $k \cdot A$  nevar beigties ar ciparu 1) vai 7, jo tad  $b=3$  un tāpēc  $k \cdot A \geq 7000 > 3999 \geq B$ . Ja  $k=3$ , tad, lai  $A$  un  $B$  būtu vienāds ciparu skaits,  $a$  jābūt 1, 2 vai 3. No vienādības  $3\overline{a\dots b} = \overline{b\dots a}$  seko, ka  $b$  ir atbilstoši 7, 4 vai 1 (lai sakristu pēdējie cipari); tomēr šajos gadījumos pretruna rodas, aplūkojot pirmos ciparus. Beidzot, ja  $k=2$ , tad no vienādības  $2\overline{a\dots b} = \overline{b\dots a}$  pēdējās šķiras seko  $2b=a+10$ , un no pirmās šķiras seko  $b=2a$  vai  $b=2a+1$  (atkarībā no tā, vai otrajā šķirā rodas vai nerodas pārnesums). Ne vienā, ne otrā gadījumā  $a$  neiznāk vesels.

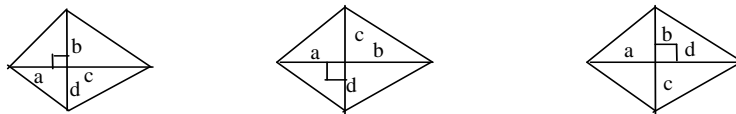
**9.3.** Figūras  $F$  laukumu apzīmēsim ar  $L(F)$ . Katrs četrstūra  $XYZT$  punkts pieder vismaz vienam no trijstūriem  $OXY$ ;  $OYZ$ ;  $OZT$ ;  $OTX$ . Tāpēc apskatāmā četrstūra laukums nav lielāks par  $L(OXY)+L(OYZ)+L(OZT)+L(OTX)$ . Savukārt neviena trijstūra  $ABC$  laukums nepārsniedz  $\frac{1}{2}AB \cdot AC$ . Tāpēc apskatāmā četrstūra laukums nav lielāks par

$$\frac{1}{2}(OX \cdot OY + OY \cdot OZ + OZ \cdot OT + OT \cdot OX)$$

ja vienlaicīgi a)  $OX \perp OY$ ,  $OY \perp OZ$ ,  $OZ \perp OT$ ,  $OT \perp OX$ ,

b) trijstūri  $OXY$ ,  $OYZ$ ,  $OZT$ ,  $OTX$  nepārklājas.

Tas ir sasniedzams, ja  $XYZT$  diagonāles ir perpendikulāras un  $O$  ir diagonāļu krustpunkts. Pastāv trīs iespējas (skat. 1. zīm.)



1. zīm.

Laukumi ir attiecīgi  $L_1 = \frac{1}{2}(a+c)(b+d)$ ,  $L_2 = \frac{1}{2}(a+b)(c+d)$ ,  $L_3 = \frac{1}{2}(a+d)(b+c)$ .

Ievērojam, ka

$$L_3 - L_1 = \frac{1}{2}(ab + ac + bd + cd - ab - ad - bc - cd) = \frac{1}{2}(ac + bd - ad - bc) = \frac{1}{2}(a-b)(c-d) > 0$$

Līdzīgi pierāda, ka  $L_3 > L_2$ . Tātad lielākais iespējamais laukums ir  $\frac{1}{2}(a+d)(b+c)$ .

9.4. No dotā seko  $\frac{(x+y)^2 + (x-y)^2}{x^2 - y^2} = a$  jeb  $\frac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} = \frac{a}{2}$ . Dalot skaitītāju un saucēju ar  $y^2$

un apzīmējot  $\frac{x^2}{y^2} = \alpha$ , iegūstam  $\frac{\alpha + 1}{\alpha - 1} = \frac{a}{2}$ , no kurienes  $\alpha = \frac{a + 2}{a - 2}$ . Meklējamā izteiksme

ir  $\frac{(x^2 + y^2)^2 + (x^2 - y^2)^2}{x^4 - y^4} = \frac{2(x^4 + y^4)}{x^4 - y^4} = 2 \cdot \frac{\alpha^2 + 1}{\alpha^2 - 1} = \frac{a^2 + 4}{2a}$ . Viegli pārlicināties, ka

visās izteiksmēs saucēji atšķirīgi no 0 (risinājumā tas nepieciešams!).

9.5. a) jā, var. Apskatīsim tās 4 rindas, kurās ir visvairāk krustiņu. Ja tajās kopā būtu mazāk par 8 krustiņiem, tad vismaz vienā no tām ir  $\leq 1$  krustiņš (jo  $4 \cdot 2 = 8$ ); tāpēc kopā būtu mazāk par 12 krustiņiem (jo četrās citās rindās nav vairāk krustiņu kā tajā no izvēlētajām, kurā ir  $\leq 1$  krustiņš) - pretruna. Tātad mūsu apskatāmajās rindās ir vismaz 8 krustiņi. Nokrāsojam tās. Paliek nenokrāsoti  $\leq 4$  krustiņi, kurus var nokrāsot, nokrāsojot 4 kolonnas.

b) ne noteikti. Skat.2. zīm.

x				x			
x	x						
	x	x					
		x	x				
			x	x			
					x		
						x	
							x

2. zīm.

x				x
x	x			
	x	x		
		x	x	
			x	x

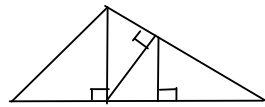
3. zīm.

Lai nokrāsotu krustiņus labajā apakšējā daļā, jānokrāso vismaz 3 līnijas. Tāpēc 3. zīm. redzamās daļas krāsošanai paliek augstākais 5 līnijas, pie tam ne vairāk kā 4 no tām ir rindas un ne vairāk kā 4 - kolonnas. Tā kā katra līnija te satur 2 krustiņus, tad jābūt izmantotām 5 līnijām, lai nokrāsotu 10 krustiņus. Pieņemam, ka izmantotas a rindas un b kolonnas,  $a+b=5$ ,  $1 \leq a \leq 4$ ,  $1 \leq b \leq 4$ . Tāpēc vai nu  $a \geq 3$ , vai  $b \geq 3$ . Simetrijas pēc varam pieņemt, ka  $a \geq 3$ . Tad vai nu  $a=3$  un  $b=2$ , vai  $a=4$  un  $b=1$ . Otrajā gadījumā vienīgā krāsotā kolonna nesatur abus krustiņus, kas atrodas vienīgajā nenokrāsotajā rindiņā. Pirmajā gadījumā abas krāsotās kolonnas nesatur tos 4 krustiņus, kas atrodas abās nenokrāsotajās rindiņās, jo tad šajās rindiņās krustiņi būtu "vienās un tais pašās vietās". Tātad 2. zīm. parādītos krustiņus uzdevumā prasītajā veidā nokrāsot nevar.

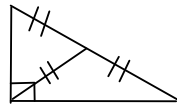
10.1. Varam pieņemt, ka  $|a| \geq |b|$  un  $|a| \geq |c|$ . Tad nevienādība  $b^2 + bc > 2a^2$  nav pareiza.

Tātad visas trīs nevienādības noteikti vienlaicīgi nav pareizas. Piemēri  $a=b=c=1$ ;  $a=b=100$ ,  $c=1$ ;  $a=100$ ,  $b=c=1$  parāda, ka pareizas var būt 0; 1; 2 no tām.

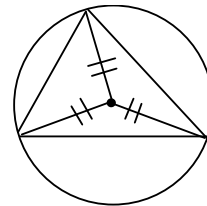
10.2. a) jebkuru trijstūri var sagriezt 1000 taisnleņķa trijstūros (4. zīm.), katru taisnleņķa trijstūri - divos vienādsānu trijstūros (5. zīm.)



4.zīm.



5.zīm.

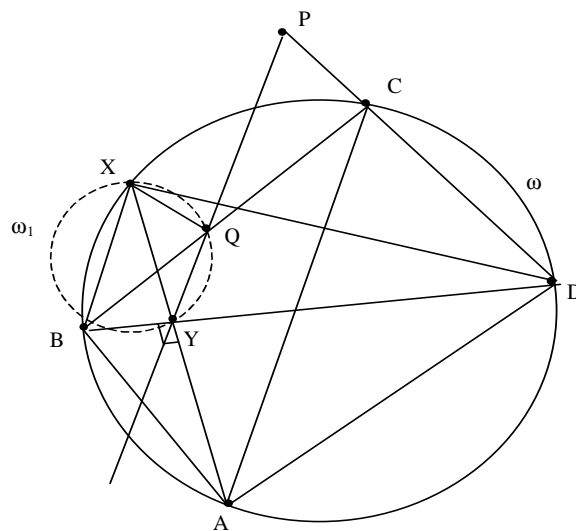


6.zīm.

b) no patvaļīga trijstūra var atšķelt šaurleņķu trijstūri tā, ka pāri paliek trijstūris T. Tā kā šaurleņķu trijstūrim apcentrs atrodas iekšpusē, to var sagriezt 3 vienādsānu trijstūros (6. zīm.). Pēc tam T sagriež 1998 vienādsānu trijstūros kā a) daļas risinājumā.

**10.3.** No dotā seko, ka vienādojumam  $P(t)=0$  ir divas saknes  $t_1$  un  $t_2$ , un pa divām saknēm ir vienādojumiem (1)  $Q(x)=t_1$  un (2)  $Q(x)=t_2$ . No Vjeta teorēmas seko: ja (1) saknes ir  $x_1$  un  $x_2$ , bet (2) saknes ir  $x_3$  un  $x_4$ , tad  $x_1+x_2=x_3+x_4$ . Tāpēc  $x_4=x_1+x_2-x_3$ . Iegūstam trīs dažādas iespējas:  $x_4=3+15-2001=-1983$ ,  $x_4=3+2001-15=1989$ ,  $x_4=15+2001-3=2013$ . Vēl jāpārbauda, vai atbilstošie polinomi Q un P eksistē. Tā patiešām ir visos gadījumos. Piemēram:  $Q(x)=t_1$  ir saknes 3 un 15, bet  $Q(x)=t_2$  ir saknes 2001 un -1983, tad varam ņemt  $Q(x)=x^2-18x$ ,  $t_1=3\cdot 15$ ,  $t_2=2001\cdot 1983$  un  $P(x)=(x+3\cdot 15)(x-2001\cdot 1983)$ .

**10.4.**



7. zīm.

Skaidrs, ka X atrodas uz dotās r.l. $\omega$ . Tā kā  $\angle XAC = \angle XBC$  un  $\angle XYQ = \angle XAC$ , tad  $\angle XYQ = \angle XBQ$ , tātad X, Y, B, Q pieder riņķa līnijai  $\omega_1$ . Tātad  $\angle XQB = \angle XYB = 90^\circ$ , tātad  $\angle XQC = 90^\circ$ . Tā kā  $\angle BCD = 90^\circ$ , tad arī  $\angle PCQ = 90^\circ$ . Tā kā  $\angle XDP = \angle XDC = \angle XAC = \angle XYP$ , tad punkti X, P, D, Y atrodas uz vienas r.l.  $\omega_2$ . Tātad  $\angle XPD = 180^\circ - \angle XYD = 90^\circ$ . No ar taisnu līniju pasvītrotajām vienādībām seko vajadzīgais.

**10.5.** Skaidrs, ka der  $n=5$  ( $2^5=32$ ) un  $n=6$  ( $2^6=64$ ). Pierādīsim, ka citu atrisinājumu nav. Pieņemsim, ka no  $2^n$  uzdevumā dotajā veidā iegūts  $2^m$ , nosvītrojot pirmo ciparu a; skaitlim  $2^m$  ir k ciparu. Tad  $2^n = a \cdot 10^k + 2^m$  un  $2^m (2^{n-m} - 1) = a \cdot 10^k$ . Tātad  $2^{n-m} - 1$  dalās ar 5. Tā kā divnieka pakāpes, dalot ar 5, cikliski dod atlikumus 2; 4; 3; 1, tad  $n-m=4t$ . Tātad

$$a \cdot 10^k = 2^m \cdot (2^{2t} + 1) \underbrace{(2^t + 1)(2^t - 1)}_{2^{2t} - 1} (*)$$

Skaitļi  $2^t + 1$  un  $2^t - 1$  ir nepāra skaitļi, kuru starpība ir 2; tātad tie ir savstarpēji pirmskaitļi. Tas pats attiecas uz  $2^{2t} + 1$  un  $2^{2t} - 1$ . Tātad vienādībā (\*) labajā pusē ir 3 nepāra skaitļi, kas ir pa pāriem savstarpēji pirmskaitļi. Ja tie visi  $> 1$ , tad skaitlim kreisajā pusē ir 3 dažādi nepāra pirmreizinātāji - pretruna, jo a ir cipars. Tātad  $2^t - 1 = 1$  un  $t=1$ ,  $a \cdot 10^k = 15 \cdot 2^m$ . Spriežot par dalīšanos ar 5, redzam, ka  $k=1$  un tātad  $a=3 \cdot 2^{m-1}$ . Tā kā a ir cipars, tad der tikai  $m=1$  un  $m=2$ , no kurienes iegūstam sākumā minētās atbildes.

**11.1.** Viegli pārbaudīt, ka  $(\sqrt{2} \pm 1)^3 = 5\sqrt{2} \pm 7$ . No šejienes seko vajadzīgais.

**11.2.** Nē, neeksistē. Apzīmēsim  $f(0) = a$ . Tad no dotā seko  $a - a^2 \geq \frac{1}{4}$  jeb  $\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0$ ,

tātad  $a = \frac{1}{2}$ . Līdzīgi, apzīmējot  $f(1) = b$ , iegūstam  $b = \frac{1}{2}$ . Bet tad  $f(0) = f(1)$ , kas ir pretrunā ar nosacījumu d).

**11.3.** Pārveidojam vienādojumu par  $(y+x)(y-x) = 3^x$ . Tātad  $y-x = 3^k$ ,  $y+x = 3^{x-k}$  ( $0 \leq k \leq x$ ). Tā kā  $y-x < y+x$ , tad  $k < x-k$  un  $k < \frac{x}{2}$ . Šķirojam vairākus gadījumus.

**A. k = 0.** Tad  $y-x=1$ ,  $y+x = 3^x$ ; tātad  $x+1 = 3^x - x$  un  $2x+1 = 3^x$ . Der  $x=1$ ; pie  $x > 1$  acīmredzot  $3^x = (1+2)^x > 1+2x$ . Tātad šai gadījumā **x=1; y=2**.

**B. k = 1.** Tad  $y-x=3$ ,  $y+x = 3^{x-1}$ , tātad  $x+3 = 3^{x-1} - x$  un  $2x+3 = 3^{x-1}$ . Neder  $x=1$  un  $x=2$ , der **x=3, y=6**. Ja  $x > 3$ , iegūstam  $3^{x-1} = 3 \cdot 3^{x-2} = 3(1+2)^{x-2} > 3(1+2(x-2)) = 6x-9$ . No  $2x+3 > 6x-9$  seko  $x < 3$  - pretruna.

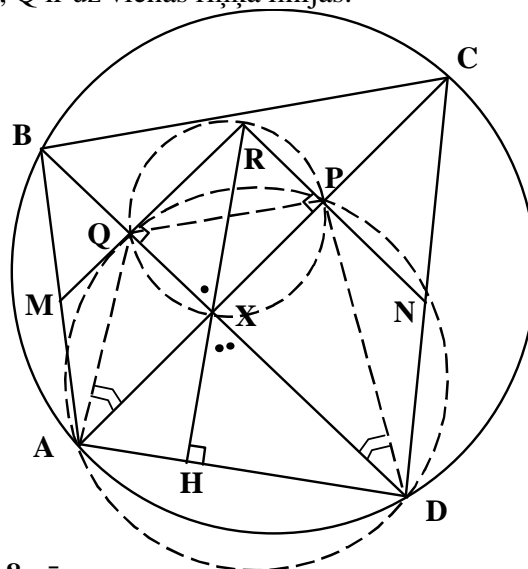
**C. k  $\geq 2$ .** Tad no  $y-x=3^k$  un  $y+x = 3^{x-k}$  seko  $y = x+3^k$  un  $y = 3^{x-k} - x$ ; tātad  $x+3^k = 3^{x-k} - x$  un  $2x+3^k = 3^{x-k}$ . Tā kā  $x > 2k$ , tad labā puse dalās ar  $3^k$ ; tātad  $2x$  un arī  $x$  dalās ar  $3^k$ ,  $x=3^k \cdot t$ ,  $t \geq 1$ . Iegūstam  $2 \cdot 3^k \cdot t + 3^k = 3^{3^k \cdot t - k}$  un, dalot ar  $3^k$ ,

$2 \cdot t + 1 = 3^{3^k \cdot t - 2k}$  (\*). Pie  $k \geq 2$  iegūstam  $3^k = (1+2)^k > 1+2k$ , tātāt no (\*) seko

$2 \cdot t + 1 > 3^{(1+2k)t - 2k} \geq 3^t = (1+2)^t \geq 1+2t$  - pretruna.

Tātāt vienīgie atrisinājumi ir  $x = 1; y = 2$  un  $x = 3; y = 6$ .

- 11.4.** Apzīmēsim no N un M viltto perpendikulu krustpunktu ar R; P un Q ir punkti, kuros šie perpendikuli krusto attiecīgi AC un BD. No X vilttā perpendikula pamatu apzīmēsim ar H. Mums jāpierāda, ka R; X; H atrodas uz vienas taisnes. Savienojam R un X. Tad R; P; X; Q ir uz vienas riņķa līnijas.



8. zīm.

No ieviltkiem leņķiem seko, ka  $\Delta AXB \sim \Delta DXC$ . Tātāt kā M un N - atbilstošo malu viduspunkti, tad arī  $\Delta AXQ \sim \Delta DXP$ . Tātāt  $\angle QAX = \angle PDX$ ; tātāt A; Q; P; D ir uz vienas riņķa līnijas. Tātāt  $\angle ADQ = \angle APQ = \angle XPQ = \angle XRQ$ . No  $\angle ADQ = \angle XRQ$  seko  $90^\circ - \angle ADQ = 90^\circ - \angle XRQ$  jeb  $\angle \bullet\bullet = \angle \bullet$ . Tātāt kā QXD ir taisne, tad no šejienes seko, ka arī RXH ir taisne.

- 11.5. a)** Visas 16 iespējamās tabulas ar izmēriem  $2 \times 2$  var atrast 9.zīm.; tātāt pietiek nokrāsot 25 rūtiņas.

1	1	2	2	1
2	1	1	2	2
1	2	2	1	1
2	2	1	1	2
2	2	1	1	2

9.zīm.

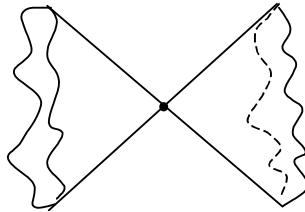
**b)** parādīsim, ka jānokrāso vismaz 25 rūtiņas. Katrai no vajadzīgajām 16 tabulām ir sava kreisā augšējā rūtiņa. Domāsim, kā izvietojas šīs 16 rūtiņas; pieņemsim, ka tās atrodas x horizontālēs un y vertikālēs. Tātāt kā  $xy \geq 16$ , tad  $x + y \geq 2\sqrt{xy} \geq 2 \cdot 4 = 8$ . Ievērosim, ka katrā rindā labējai no 16 apskatītajām "īpašajām" rūtiņām pa labi ir vēl viena "neīpaša", un katrā kolonnā apakšējai "īpašajai" rūtiņai apakšā ir vēl viena "neīpaša". Tātāt apskatāmajās x rindās un y kolonnās ir vēl  $x+y$ , tātāt

vismaz 8 “neīpašas” rūtiņas. Beidzot, no pašas labējās starp apakšējām “īpašajām” rūtiņām diagonāli pa labi un uz leju ir vēl viena “neīpaša” rūtiņa. Tātad pavisam ir vismaz  $16+8+1 = 25$  rūtiņas.

**12.1.** Ievērojam, ka

$$\begin{aligned} & 14 + 4 \cos(\alpha - \beta) + 6 \cos(\alpha - \gamma) + 12 \cos(\beta - \gamma) = \\ & = 14 + 4 \cos \alpha \cos \beta + 6 \cos \alpha \cos \gamma + 12 \cos \beta \cos \gamma + 4 \sin \alpha \sin \beta + 6 \sin \alpha \sin \gamma + 12 \sin \beta \sin \gamma = \\ & = (\sin \alpha + 2 \sin \beta + 3 \sin \gamma)^2 + (\cos \alpha + 2 \cos \beta + 3 \cos \gamma)^2 \geq 0 \end{aligned}$$

**12.2.** Ir iespējams, ka  $n=6$  (piemēram, taisnes, kas savieno ikosaedra pretējās virsotnes pa pāriem). Pierādīsim, ka  $n \leq 6$ . Pieņemsim, ka  $t_1$  un  $t_2$  ir divas no apskatāmajām taisnēm. Rotēsim taisni  $t_1$  ap  $t_2$ ; rodas virsma  $S$ , kas sastāv no divu bezgalīgu konusu sānu virsmām (skat. 10. zīm.).

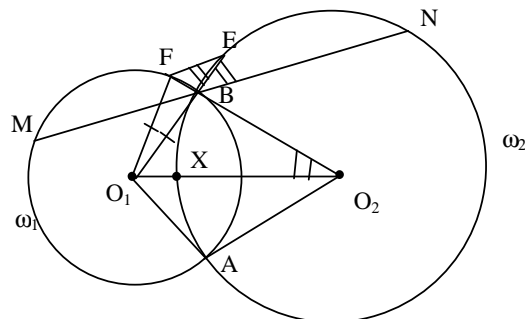


10. zīm.

Līdzīgi iegūst virsmu  $Q$ , rotējot taisni  $t_2$  ap  $t_1$ . Visas citas taisnes ir  $S$  un  $Q$  šķeluma līnijas. Bet  $S$  un  $Q$  var šķēties pa augstākais 4 taisnēm. Tātad kopā taisņu nav vairāk par  $2+4=6$ .

**12.3.** Ja  $y \geq 6$ , tad  $y!$  dalās ar 9. Skaitlis 2001 dalās ar 3, bet nedalās ar 9. Tātad  $y!+2001$  dalās ar 3, bet nedalās ar 9. Tātad  $y!+2001$  nav naturāla skaitļa kvadrāts. Pārbaudot  $y=1; 2; 3; 4; 5$ , der tikai  $y=4$ ; tad  $x=45$ .

**12.4.**



11. zīm.

- a) tā kā  $O_1B = O_1F$ , tad  $\angle O_2FO_1 = \angle FBO_1$ . Tā kā  $\triangle O_1AO_2 = \triangle O_1BO_2$  (mmm), tad  $\angle O_2AO_1 = \angle O_2BO_1$ . Tāpēc  $\angle O_2FO_1 + \angle O_2AO_1 = \angle FBO_1 + \angle O_1BO_2 = 180^\circ$ . Tāpēc ap  $O_1FO_2A$  var apvilkt riņķa līniju. Tāpat pierāda, ka ap  $O_1EO_2A$  var apvilkt riņķa līniju. bet tā ir viena un tā pati r.l. (tā, kas apvilka ap  $\triangle O_1AO_2$ ).
- b) skat. 11.zīm.

No a) punktā pierādītā  $\angle FEB = \angle FO_2O_1$  (ievilkti leņķi, kas balstās uz vienu loku).

Bet  $\angle FEB = \angle EBN$ , tāpēc  $\angle EBN = \angle BO_2O_1$ . Tāpēc  $\frac{1}{2}\overset{\frown}{EN} = \overset{\frown}{BX}$  un

$\overset{\frown}{EN} = 2\overset{\frown}{BX} = \overset{\frown}{BXA}$ . Tāpēc hordas BE un AN ir paralēlas. Tāpēc ABEN ir trapece. Tā kā tā ir ievilka riņķa līnijā, tad tā ir vienādsānu. Tāpēc  $AE=BN$ . Līdzīgi pierāda, ka  $AF=BM$ . No tā seko vajadzīgais.

## 12.5. Pieņemsim, ka sākumā sējumu secība ir 1; 2; ...; 10.

- a) pierādīsim, ka der  $x=6$ . Ievietojam

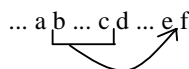
(7, 8) starp 1 un 2; (6, 9) starp 7 un 8;

(5, 10) starp 6 un 9; 4 starp 5 un 10;

(1, 7, 6, 5, 4) starp 2 un 3; (2, 1) aiz 3.

- b) dosim pēc kārtas vairākus "apakšējos novērtējumus". Sauksim par nekārtību divu blakus stāvošu grāmatu pāri, ja pa kreisi esošajai grāmatai ir mazāks numurs nekā pa labi esošajai. (Tātad viena grāmata var piedalīties arī divās nekārtībās). Sākumā ir 9 nekārtības. Izceļot no plaukta grāmatu grupu, mēs likvidējam augstākais 2 nekārtības; ievietojot to plauktā, mēs likvidējam augstākais 1 nekārtību. Tātad vajadzīgi vismaz 3 gājieni. Tomēr *pirmais* gājieni kopā samazina nekārtību skaitu par augstākais 2. Tiešām, ņemot grāmatas no sākuma vai beigām, mēs likvidējam 1 nekārtību; ņemot tās no vidus, mēs noteikti radām vienu nekārtību. Tātad nepieciešami vismaz 4 gājieni.

Tagad parādīsim, ka *neviens* gājieni nesamazina nekārtību skaitu par vairāk nekā 2. Tiešām, pieņemsim, ka kāds gājieni samazina nekārtību skaitu par 3. Tas iespējams tikai tad, ja pie grāmatu izņemšanas tiek likvidētas 2 nekārtības un pie ievietošanas - 1 nekārtība, pie tam jaunas nekārtības nerodas. Skaidrs, ka tā nenotiek, ja grāmatas ņem no sākuma vai no beigām vai arī novieto sākumā vai beigās. Aplūkosim gājieni, kad grāmatas ņem "no vidus" un novieto "vidū":



12. zīm.

Lai notiktu mums vajadzīgais, jābūt  $a < b$ ,  $c < d$ ,  $a > d$ ,  $e < f$ ,  $e > b$ ,  $c > f$ . Bet šīs nevienādības ir pretrunīgas:  $a < b < e < f < c < d < a$ . Tātad arī ar šādu gājieni nevar samazināt nekārtību skaitu par 3. Tātad nepieciešami vismaz 5 gājieni.

Apskatot visas iespējas pirmajam gājienam (vai grāmatas ņem no gala vai no vidus un vai tās novieto galā vai vidū), viegli iegūt, ka pirmais gājieni samazina nekārtību skaitu par  $\leq 1$ . Simetrijas pēc tas pats attiecas uz pēdējo gājieni. Bez šiem diviem gājieniem jālikvidē vēl  $\geq 7$  nekārtības; saskaņā ar iepriekšējo tam nepieciešami  $\geq 4$  gājieni. Tātad kopā nepieciešami vismaz 6 gājieni.

Tāpēc der  $y=5$ . Skaidrs, ka rezultāts  $x=6; y=5$  nav uzlabojams.

A. Andžāns