

Materiāls ņemts no grāmatas: Andžāns Agnis, Bērziņa Anna, Bērziņš Aivars "Latvijas matemātikas olimpiāžu (25.-51.) 2.kārtas (rajonu) uzdevumi un atrisinājumi"

LATVIJAS RAJONU 25. OLIMPIĀDE

8. klase

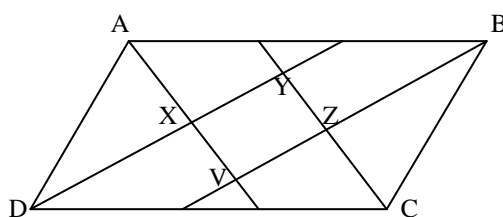
25.21. Pierādīt, ka $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$, ja $x + y + z = 0$.

25.22. Atrisināt vienādojumu:

$$\sqrt{x^2 + 6x + 9} - 2\sqrt{x^2 - 2x + 1} = 3.$$

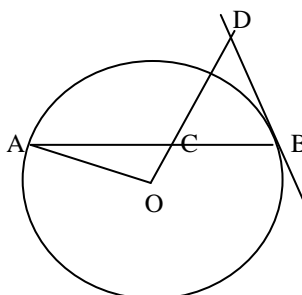
25.23. Ilzei tagad ir divas reizes vairāk gadu nekā Dacei bija tad, kad Ilzei bija tik gadu, cik Dacei ir tagad. Kad Dacei būs tik gadu, cik Ilzei ir tagad, tad abām kopā būs 63 gadu. Cik gadu tagad ir Dacei un cik Ilzei?

25.24. Paralelograma leņķu bisektrises krustojoties veido četrstūri. Noskaidrot, kāda ir šī četrstūra forma un aprēķināt tā diagonāles, ja paralelograma malas ir a un b (skat 25.1. zīm.).



25.1. zīm.

25.25. Riņķī novilkta horda AB , kas neiet caur centru. Hordas gala punkts A savienots ar riņķa centru O , bet otrā gala punktā B novilkta pieskare. No riņķa centra O pret rādiusu OA novilkts perpendikuls, kas krusto hordu punktā C , bet pieskari punktā D . Pierādīt, ka trijstūris CDB ir vienādsānu (skat 25.2. zīm.).



26.2. zīm.

9. klase

25.26. Atrisināt vienādojumu:

$$x^2 + \frac{4}{x^2} + 6\left(x + \frac{2}{x}\right) = 23.$$

25.27. Atrisināt nevienādību:

$$|x^2 - 2x - 3| < 3x - 3.$$

25.28. Divas motorlaivas, kuru ātrumi stāvošā ūdenī ir vienādi, divās upēs ar dažādiem straumes ātrumiem nobrauca vienādus attālumus pa straumi, bet pēc tam atgriežas atpakaļ, braucot pret straumi. Kura motorlaiva šo braucienu veic īsākā laikā?

25.29. Trijstūra divu malu garumi ir 10 cm un 15 cm. Pierādīt, ka tā leņķa bisektrise, kuru ietver šīs malas, ir mazāka par 12 cm.

25.30. Regulāra trijstūra centrs sakrīt ar centru riņķim, kura rādiuss ir 3 reizes mazāks par trijstūra malu. Noskaidrot, kādās daļās sadala riņķa līniju tās krustpunkti ar trijstūra malām un aprēķināt trijstūra un riņķa kopīgās daļas laukumu; trijstūra mala ir a .

10. klase

25.31. Atrisināt vienādojumu sistēmu:

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{7}{\sqrt{xy}} + 1 \\ \sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3} = 78. \end{cases}$$

25.32. Nelietojot tabulas, aprēķināt

$$\sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ.$$

25.33. Ģeometriskās progresijas pirmo trīs locekļu summa ir 3,5, bet šo locekļu kvadrātu summa ir 5,25. Atrast progresijas pirmo loekli un kvocientu.

25.34. Pierādīt, ka jebkuru izliektu četrplakņu kaktu var šķelt ar plakni tā, ka šķēlumā izveidojas paralelograms.

25.35. Konstruēt riņķa līniju, kas pieskaras dotai taisnei dotajā punktā un dotai riņķa līnijai.

11. klase

25.36. Atrast visus četrzīmju skaitļus, kas vienādi ar savas ciparu summas 4.pakāpi.

25.37. Pierādīt, ka trijstūra mediānu krustpunkts atrodas vistuvāk trijstūra garākajai malai.

25.38. Četrstūra piramīdas pamats ir taisnstūris ar malām a un b . Piramīdas augstums ir H , un tas iet caur pamata diagonāļu krustpunktu. Atrast attālumu starp piramīdas apotēmu un pamata diagonāli.

25.39. Dots, ka $\sin 2x = \frac{1}{2}$. Kādas vērtības var pieņemt izteiksme

$$\sin^3 x + 9 \sin^2 x \cos x + 9 \sin x \cos^2 x + \cos^3 x ?$$

25.40. Atrisināt nevienādību:

$$\frac{x^3 + 2x}{x - 4} > -1.$$