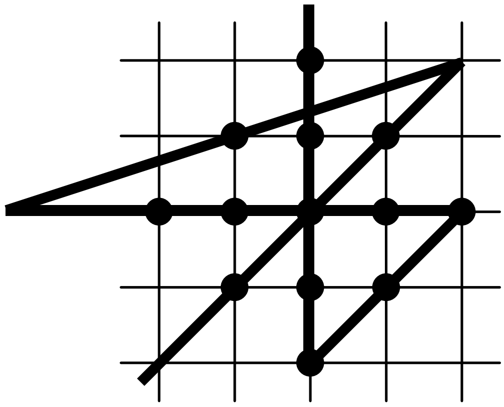
Atbildes, norādes, īsi atrisinājumi

5.1. Piemēram, 274.



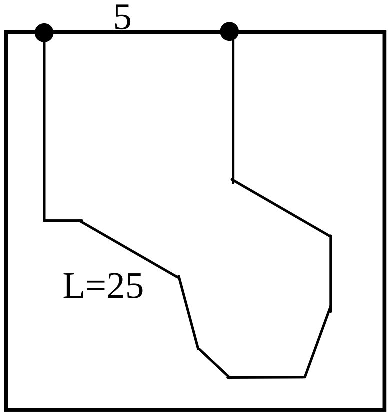
3. zīm.

5.2. Skat., piem., 3. zīm.

5.3. Ja apskatāmie skaitļi ir 999; 504; 9, tad iegūstam n=9995049. Pamatosim, kāpēc lielāku n iegūt nevar. Pieņemsim, ka izdevies iegūt m>9995049. Tad pirmie trīs m cipari ir 9. Viegli pārbaudīt, ka pirmais skaitlis nav ne viencipara, ne divciparu, ne četr - vai vairāk ciparu; tātad tas ir 999. Tālāk secinām, ka otrais skaitlis noteikti ir trīsciparu (citādi trešais nebūtu naturāls). Otrajam skaitlim jābūt iespējami lielam; lielākā vērtība, pie kuras trešais skaitlis vēl iznāk viencipara, ir 504.

5.4. Nē, jo tad visu konfekšu skaits (summa pa garšām) būtu lielāks par šo pašu visu konfekšu skaitu (summa pa krāsām).

5.5. Izveidojam 500 pārus ar masām (x;x+1). No diviem šādiem pāriem (x;x+1) un (y;y+1) varam izveidot divas kaudzītes ar vienādām masām: x+(y+1)=(x+1)+y. Tā kā ir 250 šādu kaudzīšu pāri, no tām var izveidot divas prasītās kaudzes.



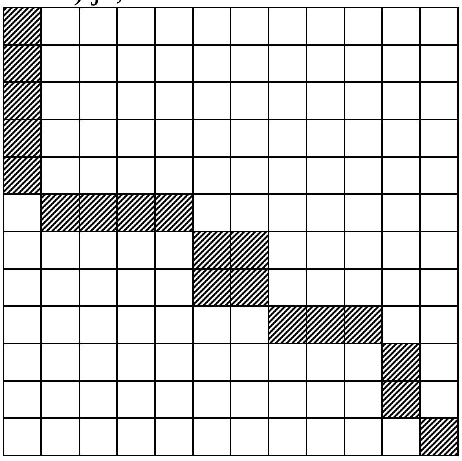
4. zīm.

6.1. a) jā; skat. 4. zīm.
b) nē. ja kopīgās robežas garums ir L, tad abu perimetru summa ir 40 +2L jeb 50 +100. No vienādības 40+2L=150 iegūstam L=55, tāpēc vienas daļas perimetrs nevar būt 50.

6.2. Uzrakstāmie kvadrāti var beigties tikai ar cipariem 1; 4; 5; 6; 9. Tātad to nav vairāk par 5. Piemērs 1; 4; 25; 36; 9 parāda, ka 5 kvadrātus uzrakstīt var.

6.3. No 49 vislielāko iespējamo masu summas atņemot 49 vismazāko iespējamo masu summu, iegūstam (99-49)+(98-48)+…+(51-1)=49·50=2450 (g). Tātad šāda starpība iespējama tikai gadījumā, ja rubīnu masas ir no 51 g līdz 99 g, bet smaragdu masas - no 1 g līdz 49 g. Tāpēc dimants sver 50 g.

6.4. a) jā; skat. 5. zīm.



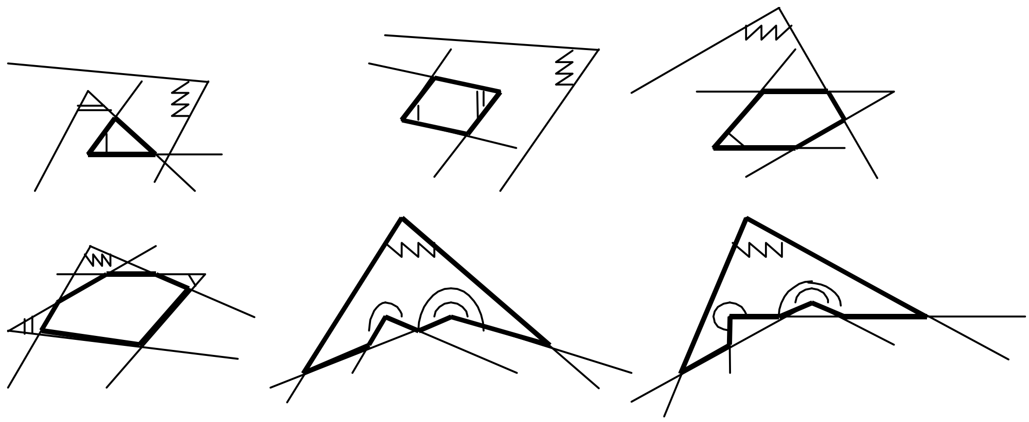
5. zīm.

b) nē. Figūras aizpilda rūtiņas attiecīgi augstākais 1+5=6; 1+4=5; 2+2=4; 1+3=4; 1+2=3; 1+1=2 līnijās, tātad kopā 6+5+4+4+3+2=24 līnijās, bet pavisam jāaizpilda rūtiņas 13+13=26 līnijās.

6.5. <u>Atbilde:</u> nē.
<u>Pamatojums.</u> Nevienam rūķītim nevar būt tieši 6 sakrišanas; ja sakrīt 6 skaitļu vietas, tad sakrīt arī pēdējā, septītā skaitļa vietas. Tāpēc dažādie sakrišanu skaiti var būt 0; 1; 2; 3; 4; 5; 7 - kopā 7 iespējas. Tā kā 7 rūķīšiem šie sakrišanu skaiti ir dažādi, tad kādam ir tieši 7 sakrišanas.

7.1. Tā kā 365=52·7+1, tad parastajā gadā sešas nedēļas dienas ir 52 reizes, viena - 53 reizes. Pirmajā no apskatāmajiem gadiem tā bija sestdiena. Tātad otrajā gadā tā būs svētdiena.

7.2. a) skat. 6. zīm.
b) šai gadījumā daudzstūris ir izliekts, tāpēc uz katra leņķa malas atrodas augstākais viena daudzstūra mala, un tā malu skaits nepārsniedz 6; iepriekš redzējām, ka tas var būt no 3 līdz 6.



6. zīm.

7.3. a) pietiek ar trim skaitļiem 1000; 1500; 1800. Visiem skaitļiem no 800 līdz 1320 noteikti der 1000; visiem skaitļiem no 1320 līdz 1600 noteikti der 1500; visiem skaitļiem no 1600 līdz 2400 noteikti der 1800.

b) ar diviem skaitļiem nepietiek. Viens no tiem nedrīkst pārsniegt 1000 (lai "apkalpotu" skaitli 800), otrs nedrīkst būt mazāks par 1800 (lai "apkalpotu" skaitli 2400). Bet tad skaitli 1380 neapkalpo neviens no tiem abiem.

7.4. a) var ielikt 5 semikolus, piemēram:

1; 23; 4; 5; 67; 89

b) ja ieliks 6 semikolus, tad vismaz divi no tiem būs aiz pāra cipariem, un atbilstošie skaitļi abi dalīsies ar 2.

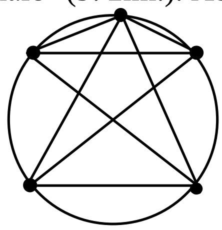
7.5. <u>Atbilde:</u> nē.

<u>Pamatojums.</u> Ja izdara n gājienus, tad apēd n konfektes, un uz galda ir n+1 kaudzīte. Tātad 3(n+1)+n=2001 un 4n=1998, tātad n nav vesels skaitlis - pretruna.

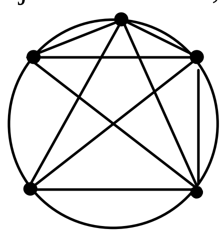
8.1. Atņemot dotās vienādības vienu no otras, iegūst y=z; tātad arī x=t.

8.2. To, ka var novilkt 8 nogriežņus, skat. 7. zīm.

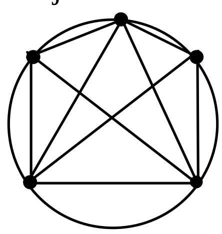
Ja novelk 9 nogriežņus, tad ir nenovilkta viena "mala" (8. zīm.) vai viena "diagonāle" (9. zīm.). Abos gadījumos redzams, ka veidojas četrstūri.



7. zīm.



8. zīm.



9. zīm.

8.3. <u>Piemērs.</u> 7931864250

<u>Pamatojums.</u> Ja paliek neizsvītrots kaut viens no 6 pēdējiem cipariem, skaitlis dalās ar 2 vai ar 5. Ja tos visus izsvītro, palikušais skaitlis 7931 dalās ar 11.

8.4. Pieņemsim, ka divi no 4 kvadrātiem atrodas vienā un tai pašā horizontālajā (vertikālajā) joslā; tad tie ir vienādi. Ja tie visi atrastos 4 dažādās horizontālās un 4 dažādās vertikālās joslās, tad atlikušās horizontālās joslas platums vienāds ar atlikušās vertikālās joslas platumu; tātad to krustojumā veidojas piektais kvadrāts - pretruna.

8.5. <u>Atbilde:</u> jā, var.

<u>Pamatojums.</u> Savos pirmajos 5 gājienos Jānis nedara neko. Ja 6., 7., 8., 9. gājienā Andris ieraksta tādu pašu ciparu kā attiecīgi 4., 3., 2., 1. gājienā, Jānis arī nedara

neko. Pretējā gadījumā Jānis apskata abus simetriski novietotos dažādos ciparus un samaina vidējo, 5. ciparu ar to no šiem abiem, kurš atšķiras no 5. cipara.

9.1. Apgalvojuma pareizība seko, piemēram, no pēdējo ciparu tabulas:

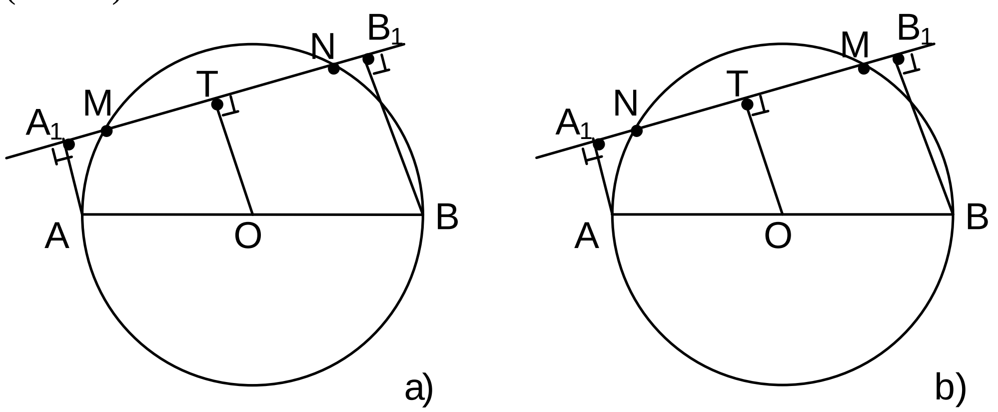
n pēdējais cipars	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n^3 pēdējais cipars	0	1	8	7	4	5	6	3	2	9

Iespējami daudzi ļoti dažādi atrisinājumi.

9.2. Novelkam no centra O perpendikulu OT pret MN. Tā kā AO=BO, tad saskaņā ar Talesa teorēmu $A_1T = B_1T = x$. Saskaņā ar teorēmu par diametru, kas perpendikulārs hordai, MT=NT=y. Tālāk šķirojam divus gadījumus.

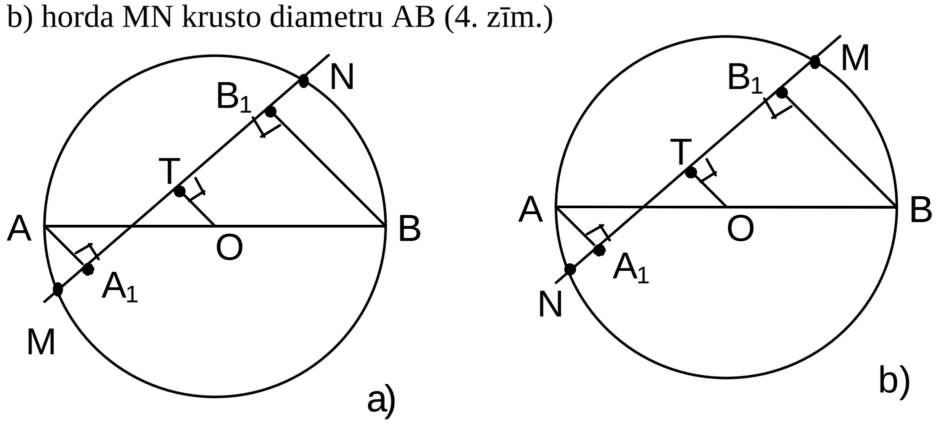
a) horda MN nekrusto diametru AB (3.zīm.).

Redzam, ka vai nu $A_1M = B_1N = x\text{-}y$ (3.^{a} zīm.), vai arī $A_1M = B_1N = x+y$ (3.^{b} zīm.)



3. zīm.

b) horda MN krusto diametru AB (4. zīm.)



4. zīm.

Tad vai nu $A_1M = B_1N = y\text{-}x$ (4.^{a} zīm.), vai arī $A_1M = B_1N = y+x$ (4.^{b} zīm.)

9.3. Ja vienādojuma $x^2+px+q=x$ saknes ir a un d, bet vienādojuma $x^2+px+q=0{,}5x$ saknes ir b un c, tad $C_1D_1=d-c$ un $A_1B_1=b-a$. Tāpēc

$$C_1D_1-A_1B_1=(d-c)-(b-a)=(a+d)-(b+c)$$

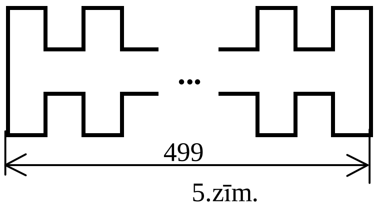
Bet pēc Vjeta teorēmas a+d=1-p un b+c=0,5-p.

9.4. Apzīmēsim simtstūri ar $A_1A_2...A_{100}$. Virsotni, no kuras nav novilkta diagonāle, sauksim par izolētu.

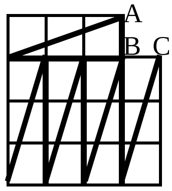
a) novelkot visas diagonāles no A_1, iegūstam divas izolētas virsotnes;

b) novelkot vispirms diagonāles A_1A_3, A_3A_5, A_5A_7, ..., $A_{97}A_{99}$, $A_{99}A_1$ un pēc tam sadalot 50-stūri $A_1A_3A_5...A_{97}A_{99}$, iegūstam 50 izolētas virsotnes A_2, A_4, ..., A_{100};
c) apskatām 50 blakus esošu virsotņu pārus (A_1; A_2), (A_3; A_4), ..., (A_{99}; A_{100}). Ja būtu vairāk nekā 50 izolētas virsotnes, tad divas no tām būtu no viena pāra. Bet tad tā 100-stūra daļa, kas satur abas šīs virsotnes, būtu daudzstūris ar ≥4 virsotnēm - pretruna;
d) 100-stūra leņķu summa ir 180°·98. Tā leņķi sadalās trijstūru leņķos, tāpēc trijstūru skaits ir $\frac{180° \cdot 98}{180°}$=98. Nav neviena trijstūra, kam visas malas būtu 100-stūra malas. Tāpēc ir vismaz divi trijstūri, katram no kuriem divas malas ir simtstūra malas. Katrā šādā trijstūrī ir izolēta virsotne, tātad izolētu virsotņu ir vismaz 2.

9.5. a) jā; skat. 5. zīm.
b) nē; horizontāli un vertikāli posmi atrodas pamīšus, tāpēc posmu skaitam jābūt pāra skaitlim;
c) nē; 1001 vertikālo posmu kopgarums būtu nepāra skaitlis, bet apejot pa lauzto līniju vienu pilnu "apli", vertikālo pārbīžu summai jābūt pāra skaitlim, jo uz augšu kopsummā esam pārbīdījušies par tikpat, par cik uz leju.



5.zīm.



6.zīm.

10.1. Apzīmējam A=$\overline{xyz}$=100x+10y+z, tad B=$\overline{ztx}$=100z+10t+x. Iegūstam vienādojumus

$$99(x-z)+10(y-t)=297 \qquad (1)$$
$$x+z+t=23 \qquad (2)$$

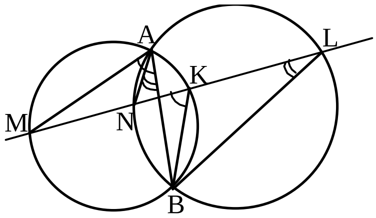
Ievērojam, ka $|y-t| \le 9$, tāpēc $|10(y-t)| \le 90$.

Tā kā 99·2=198 un 99·4=396, no (1) seko x-z=3; tad y-t=0 un y=t. No (2) iegūstam 2z+3+t=23 un t=20-2z.

Tā kā t ir cipars, tad $z \ge 6$; tā kā x=z+3 ir cipars, tad z≤6. Tāpēc z=6, x=9, y=t=8 un A=986, B=689.

10.2. a) iespējami 10 trijstūri (skat. 6.zīm.);
b) gan uz AB, gan uz BC atrodas kāda trijstūra mala. Vismaz viena no tām nav garāka par 1, un tai perpendikulārais augstums nav garāks par 3. Tāpēc viena trijstūra laukums nav lielāks par $\frac{3}{2}$. Tāpēc trijstūru ir vismaz 15:1,5=10.

10.3. ∠MAN=∠MAB-∠NAB=∠MKB-∠NLB=∠KBL (pēc ΔKBL ārējā leņķa īpašības).



7. zīm.

10.4. Ievērojam, ka

$$\sqrt{1+\frac{1}{n^2}+\frac{1}{(n+1)^2}}=\frac{\sqrt{(n+1)^2n^2+(n+1)^2+n^2}}{n(n+1)}=\frac{\sqrt{n^4+2n^3+3n^2+2n+1}}{n(n+1)}=$$

$$=\frac{n^2+n+1}{n^2+n}=1+\frac{1}{n(n+1)}$$

Tāpēc apskatāmā summa ir

$$9+\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+...+\frac{1}{9\cdot 10}=9+\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+...+\frac{1}{9}-\frac{1}{10}\right)=9{,}9\,.$$

10.5. <u>Atbilde:</u> 3 vai 4.

<u>Risinājums.</u> Piemērus ar 3 vai 4 komandām skat. 8.zīm. Skaidrs, ka komandu skaits nevar būt 2.

	A	B	C
A		1	0
B	0		1
C	1	0	

	A	B	C	D
A		1	1	1
B	0		1	0
C	0	0		1
D	0	1	0	

8. zīm.

Ievērosim, ka x komandas savā starpā kopā izspēlē (x-1)+(x-2)+...+2+1= $\frac{x(x-1)}{2}$ spēles un izcīna tikpat uzvaras. Tā kā vidēji uz vienu komandu ir $\frac{x-1}{2}$ uzvaras, tad ir komanda ar vismaz $\frac{x-1}{2}$ uzvarām.

Apzīmēsim turnīra komandu skaitu ar x un pieņemsim, ka lielākais uzvaru skaits vienai komandai ir y; apzīmēsim šo komandu ar A. Tās y komandas, kas zaudējušas pret A, savā starpā spēlējušas $\frac{y(y-1)}{2}$ spēles, kurās izcīnītas $\frac{y(y-1)}{2}$ uzvaras; bez tam viņām varbūt ir vēl kādas citas uzvaras. Tāpēc $y \geq \frac{y(y-1)}{2}$, no kurienes seko $y \leq 3$.

Ja y=3, tad A izcīnījusi 3 uzvaras pret B, C, D; B, C un D savā starpā arī ir 3 uzvaras. Ja būtu vēl kāda komanda E, tad tā uzvarējusi gan pret A, gan pret B, C, D (citādi B, C, D kopā būtu vairāk par 3 uzvarām), un tā ir pretruna ar to, ka A ir vislielākais uzvaru skaits. Tātad šajā gadījumā citu komandu nav, un turnīrā piedalās 4 komandas.

Ja y=2, tad no iepriekš iegūtās nevienādības $y \geq \frac{x-1}{2}$ seko, ka $x \leq 5$. Mums tikai jānoskaidro, vai nevar būt x=5. Pie x=5 tiek izspēlētas 10 spēles un izcīnītas 10 uzvaras; ja lielākais uzvaru skaits ir 2, tad **visām** komandām ir pa 2 uzvarām, un tā ir pretruna ar uzdevuma nosacījumiem. Tāpēc $x \neq 5$.

Beidzot, ja y=1, tad no $y \geq \frac{x-1}{2}$ seko $x \leq 3$. Tātad citu iespēju bez sākumā uzrādītajām nav.

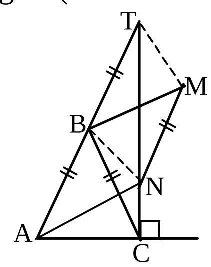
11.1. Ja $x \geq 4$, tad vienādojuma kreisā puse nav mazāka par 64; ja $x<3$, tad vienādojuma kreisā puse nepārsniedz 27. Tāpēc $3 \leq x < 4$ un $[x]=3$. Iegūstam vienādojumu $x \cdot [3x]=41$. Tā kā $9 \leq 3x < 12$, šķirojam variantus:

a) $[3x]=9$, $9x=41$, $x=4\frac{5}{9}$ - neder

b) $[3x]=10$, $10x=41$, $x=4\frac{1}{10}$ - neder

c) $[3x]=11$, $11x=41$, $x=3\frac{8}{11}$ - der (nepieciešama pārbaude).

11.2. Pagarinām AB līdz krustpunktam T ar CN. Taisnleņķa trijstūrī ACT punkts B atrodas uz malas AC vidusperpendikula, tātad uz viduslīnijas; tāpēc BT=AB. Tā kā ABMN - paralelograms, tad MN=AB=BT un MN||BT (jo MN||AB). Tāpēc BTMN ir paralelograms, no kā seko vajadzīgais (skat. 9.zīm.).



9.zīm.

11.3. Der k=1; neder citi nepāra skaitļi k, jo tad k^k+1 ir pāra skaitlis, kas lielāks par 2. Der k=2 ($2^2+1=5$) un k=4 ($4^4+1=257$).

Ja $k=a \cdot 2^n$, kur a - nepāra skaitlis, kas lielāks par 1, tad $k^k+1=k^{a \cdot 2^n}+1^a=\left(k^{2^n}\right)^a+1^a$ dalās ar $k^{2^n}+1$, tātad nav pirmskaitlis. Pie k=8 iegūstam, ka $8^8+1=(2^8)^3+1^3$ dalās ar 2^8+1, tātad nav pirmskaitlis; pie k=16 iegūstam $16^{16}=2^{64}=2^4 \cdot (2^{10})^6 > 16 \cdot (1000)^6 = 16 \cdot 10^{18} > 10^{19}$.
Tātad vienīgās k vērtības ir 1; 2; 4.

11.4. Apskatīsim uzreiz vispārīgo gadījumu. Labo virkņu skaitu apzīmēsim ar f(n). Viegli pārbaudīt, ka f(2)=1. Apskatīsim labās virknes garumā n+1. Tās iedalās divās grupās:
1) virknes, kurās pēdējais loceklis ir n+1.

Skaidrs, ka šādu virkņu ir f(n), jo saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem pa kreisi no n+1 jāizvieto skaitļi no 1 līdz n.

2) virknes, kurās n+1 atrodas 1., 2., ..., n-jā vietā. Tad n+1 noteikti ir lielāks par savu sekotāju. Tāpēc gan pa kreisi, gan pa labi no n+1 skaitļi ir monotoni augošā secībā. Tātad katram šādam n+1 novietojumam virkni viennozīmīgi nosaka to skaitļu

kopa, kas atrodas pa kreisi no n+1. Par šādu kopu var kalpot jebkura kopas {1; 2; ...; n} apakškopa (ieskaitot tukšo), kas nesakrīt ar pašu {1; 2; ...; n}; tādu apakškopu ir 2^n-1, tātad apskatāmā tipa virkņu ir 2^n-1.

Rezultātā iegūstam $f(n+1)=f(n)+2^n-1$.

Saskaitot vienādības

$$f(n)=f(n-1)+2^{n-1}-1$$
$$f(n-1)=f(n-2)+2^{n-2}-1$$
$$\vdots$$
$$f(3)=f(2)+2^2-1$$
$$f(2)=1$$

iegūstam $f(n)=1+(2^2+2^3+...+2^{n-1})-(n-2)=2^n-n-1$.

Pie n=5 labo virkņu skaits ir 26.

11.5. Hordas garumu izsacīsim ar mazo loku skaitu mazākajā no riņķa līnijas lokiem, kurus šī horda savelk.

a) nē. Vajadzīgi 10 dažādi attālumi, bet ir tikai 9 dažādi iespējamie hordu garumi.

b) jā. Ja dalījuma punktus pēc kārtas sanumurē ar skaitļiem 1; 2; ...; 21, tad var ņemt punktus ar numuriem 1; 2; 5; 15; 17.

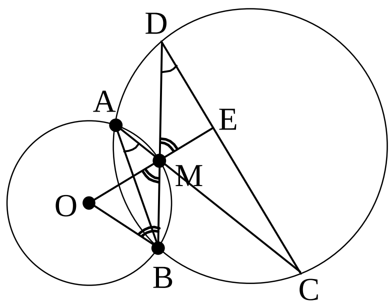
c) nē. Izkrāsosim dalījuma punktus pamīšus baltus un sarkanus. Iespējami hordu garumi no 1 līdz 10, tāpēc tiem visiem jārealizējas. Jābūt 5 (nepāra skaitam!) nepāra garumiem. Ja starp izvēlētajiem punktiem x balti un y sarkani, tad nepāra garumu hordu ir $x \cdot y$. Bet $x+y=5$, tāpēc vai nu x, vai y (un tātad arī $x \cdot y$) ir pāra skaitlis – pretruna.

12.1. Katra nākošā virknes locekļa atlikums, dalot ar 5, iegūstams, saskaitot abu iepriekšējo locekļu atlikumus, ja tos dala ar 5, un iegūto summu dalot ar 5 ar atlikumu. To ievērojot, virknes pirmo 22 locekļu atlikumi, dalot ar 5, ir sekojoši:

1, 1, 2, 3, 0, 3, 3, 1, 4, 0, 4, 4, 3, 2, 0, 2, 2, 4, 1, 0, 1, 1, ...

No šejienes jau redzam, ka virknes 21-ais loceklis ar 5 nedalās. Tālāk, tā kā 1. un 2. locekļu atlikumi (1;1) ir tādi paši kā 21. un 22. locekļu atlikumi, tad atlikumu virkne ir periodiska ar periodu 20. Tāpēc virknes 2000-ais loceklis dalās ar 5.

12.2.



10. zīm.

Apzīmējam OM un C krustpunktu ar E. No ievilktu leņķu, centra leņķu, krustleņķu un vienādsānu trijstūra MOB leņķu īpašībām

$$\angle MDE+\angle DME=\angle BAM+\angle OMB=\frac{1}{2}\angle BOM+\frac{180^\circ-\angle BOM}{2}=90^\circ,$$

tātad $\angle DEM=180^\circ-90^\circ=90^\circ$, k.b.j. (skat. 10. zīm.)

12.3. 1) $x+y+t=(x*y)*t=(x*z)*t=x+z+t$, tāpēc $y=z$

2) apzīmējam $x*y=e$, $y*x=f$. Tad $e*z=x+y+z=y+x+z=f*z$. Tāpēc $e+z+t=(e*z)*t=(f*z)*t=f+z+t$; tātad $e=f$

3) apzīmējam $x*0=a$. Tad $a*0=(x*0)*0=x+0+0=x$. Tālāk $2a=a+0+a=(a*0)*a=x*a=a*x=(x*0)*x=x+0+x=2x$, tātad $a=x$. Tātad $a*0=a$, tāpēc arī $x*0=x$. Iegūstam $x+y=x+y+0=(x*y)*0=x*y$, k.b.j.

12.4. Atbilde: 16.

Risinājums. a) ja cilvēku būtu vairāk par 16, tad no kādas valsts būtu vismaz 5 pārstāvji. Tiem nevar atrast kaimiņus pa labi no dažādām valstīm

b) 16 cilvēku izvietojums var būt, piemēram,

1, 4, 4, 1, 1, 2, 3, 2, 4, 2, 2, 1, 3, 4, 3, 3.

12.5. Atbilde: divi.

Risinājums. Pieņemsim, ka (x; y; z) ir sistēmas atrisinājums. Tad $x\le 0$, $y\le 0$, $z\le 0$. Varam pieņemt, ka $|x|\le|y|$ un $|x|\le|z|$. Tad

$$y^2+z^4=|x|\le|y|=z^2+x^4,\text{ tāpēc } z^2-y^2\ge z^4-x^4\ge 0$$

un

$$y^2+z^4=|x|\le|z|=x^2+y^4,\text{ tāpēc } y^4-z^4\ge y^2-x^2\ge 0.$$

No nevienādībām $z^2-y^2\ge 0$ un $y^4-z^4\ge 0$ seko $|y|=|z|$, tad no $y^2+z^4\le x^2+y^4$ seko $|x|\ge|y|$, kas kopā ar sākotnējo pieņēmumu $|x|\le|y|$ dod $|x|=|y|=|z|$. Tā kā $x\le 0$, $y\le 0$, $z\le 0$, tad $x=y=z$.

Tāpēc sistēma reducējas par vienādojumu $x^4+x^2+x=0$ jeb $x(x^3+x+1)=0$. Tā kā x^3+x+1 ir monotoni augoša funkcija, tad $x^3+x+1=0$ tieši vienai x vērtībai (kas nav 0).

DAŽAS NORĀDES VĒRTĒŠANAI

5.1. Risinātājiem nav jānoskaidro, vai viņu uzrādītā atbilde ir vienīgā, ne arī jāpaskaidro, kā tā iegūta.
5.2. Par līniju ar ≥6 posmiem - ne vairāk kā 3 punktus.
5.3. Par atbildi bez jebkāda paskaidrojuma - 6 punktus.
5.4. Par atbildi bez jebkāda pamatojuma - 1 punktu.
5.5. Ja aprakstītā konstrukcija ir pareiza, tad nekāds īpašs paskaidrojums nav jāprasa.
6.1. Par katru daļu 5 punkti. Par atbildi bez pamatojuma b) daļā - 1punkts.
6.2. Par piemēru bez pamatojuma - 5 punkti.
6.3. Par atbildi bez jebkāda pamatojuma - 2 punkti.
6.4. Par katru daļu 5 punkti.
6.5. Par atbildi bez pamatojuma - 1punkts.
7.1. Par atbildi bez jebkāda pamatojuma - 3 punkti.
7.2. Par katru daļu 5 punkti.
7.3. a) par 3 skaitļu uzrādīšanu 6 punkti. Iespējamas daudzas dažādas atbildes.
b) par pamatojumu, ka ar 2 skaitļiem nepietiek - 4 punkti.
7.4. Par piemēru - 5 punkti.
7.5. Par atbildi bez jebkāda pamatojuma - 1 punkts.
8.2. Par piemēru ar 8 nogriežņiem bez pierādījuma, ka tas ir maksimums - 5 punkti.
8.3. Par piemēru bez jebkāda pamatojuma (izņemot, ja piemēra pareizība acīmredzama) - 0 punktu.

8.4. Ja aplūkots tikai viens no gadījumiem "kvadrāti dažādās joslās" un "ir kvadrāti vienā joslā" - līdz 5 punktiem.

9.1. Atsevišķu piemēru pārbaude – līdz 2 punktiem. Pierādījums, ka vismaz viena vai abas izteiksmes dalās ar divi – 3 punkti.

9.2. Ja aplūkots tikai viens gadījums, otru pat nepieminot – 8 punkti.

9.3. Konkrētu gadījumu aplūkošana – līdz 2 punktiem.

9.4. Par piemēriem "2" un "50" – par katru 2 punkti. Par optimalitātes pierādījumu katram no tiem – pa 3 punktiem.

9.5. a) – 3 punkti, b) – 3 punkti, c) – 4 punkti.

10.1. Par uzminētu atbildi – 3 punkti.

10.2. Par piemēru ar 10 trijstūriem – 4 punkti.

10.3. Par speciālu taisnes novietojumu apskatīšanu – līdz 3 punktiem.

10.4. Par atbrīvošanos no kvadrātsaknēm – 5 punkti.

10.5. Par piemēriem ar 3 un 4 komandām – par katru 2 punkti.

11.1. Par atbildi bez tās vienīguma pierādījuma – līdz 3 punktiem.

11.3. Par katru derīgo k vērtību - pa 1 punktam. Pārējie 7 punkti – par pierādījumu, ka citas k vērtības neder.

11.4. Par **pareizu** atbildi pie n=5, ja vispārīgā gadījuma nav – 3 punkti. Ja ir vispārīgais gadījums, tad par to vien jau dod visus 10 punktus.

11.5. a) – 3 punkti, b) – 3 punkti, c) – 4 punkti.

12.1. Par katru daļu – 5 punkti.

12.2. Par speciālu gadījumu apskatīšanu (piem., M ir loka viduspunkts) – līdz 3 punktiem.

12.3. a) – 3 punti, b) – 3 punkti, c) – 4 punkti.

12.4. Par pierādījumu, ka 16 nav pārsniedzams – 5 punkti, par piemēru – tāpat.

12.5. Par atrisinājumu x=y=z=0 – 1 punkts. Par otra atrisinājuma eksistenci – 2 punkti. Pārējie 7 punkti – par pierādījumu, ka citu atrisinājumu nav.

Jūsu atsauksmes par uzdevumiem, kā arī vienu protokola eksemplāru ar visu dalībnieku vārdiem, uzvārdiem, skolām, iegūtajiem punktiem pa uzdevumiem un piešķirtajiem apbalvojumiem lūdzam līdz 1. martam nosūtīt uz adresi

A. Liepas NMS. RajOL.
Latvijas Universitāte
Raiņa bulvārī 19
Rīgā
LV-1586

Labu veiksmi Jums un jūsu skolēniem!

A. Liepas NMS