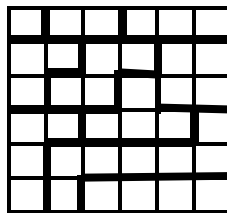


ĪSI ATRISINĀJUMI

- 5.1. Jā, piemēram, $1+6+8=2+4+9=3+5+7$.
- 5.2. Nē. Ja tā būtu, tad visu bērnu skaits, skaitot "pēc acīm", būtu lielāks par visu bērnu skaitu, skaitot "pēc matiem".
- 5.3. Ar 1. atslēgu pārbauda pēc kārtas ≤ 5 kastītes; ja tā neder nevienai; tad tā der sestajai kastītei. Tātad 1. atslēgai atbilstošo kastīti atrod ar ≤ 5 pārbaudēm. Ar 2. atslēgu pārbauda pēc kārtas ≤ 4 kastītes, utt. Ar 6. atslēgu vairs nekas nav jāpārbauda. Pārbaūžu skaits nepārsniedz $5+4+3+2+1=15$, tātad laiks nepārsniedz 120 sekundes jeb 2 minūtes.
- 5.4. a) Var iegūt 10 daļas (skat. 1. zīm.).



1. zīm.

- b) Sauksim figūru par mazu, ja tā satur ≤ 4 rūtiņas, un par lielu pretējā gadījumā. 1. zīm. izmantotas **visas** dažādās mazās figūras. Pārpalikušajās 7 rūtiņās nevar ievietot vairāk par 1 lielo figūru. Ja kādu no mazajām figūrām aizstātu ar lielo, tad pēdējām lielajām figūrām rūtiņu paliktu vēl mazāk, un figūru kopējais skaits nepalielinātos. Tāpēc 10 ir lielākais iespējamais gabalu skaits.



Komentārs. Arī tad, ja mēs figūras un uzskatītu par atšķirīgām no to spoguļattēliem, līdzīgs spriedums parādītu, ka skaitli 10 nevar palielināt.

- 5.5. Aprēķinot no beigām, iegūstam

Apmeklējuma numurs	5.	4.	3.	2.	1.
Naudas daudzums pirms kūkas pirkšanas	32	48	56	60	62
Naudas daudzums, ienākot veikalā	16	24	28	30	31

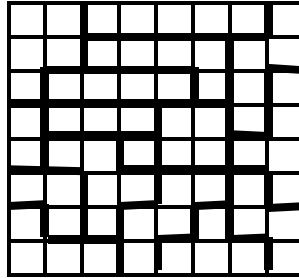
Tātad Andrim sākumā bija 31 santīms.

ĪSAS NORĀDES VĒRTĒŠANAI

- 5.1. Ja nav piemēra, ne vairāk par 2 punktiem.
- 5.2. Par konkrētu gadījumu aplūkošanu - ne vairāk kā 2 punktus.
- 5.3. Ja izstrādāts ilgāks algoritms - ne vairāk kā 7 punktus.
- 5.4. Par piemēru - 5 punkti.
- 5.5. Par atbildi bez pamatojuma, ka tā ir vienīgā - 6 punkti.

ĪSI ATRISINĀJUMI

- 6.1. Starp skaitļiem a , b , un c ir vismaz divi ar vienādu paritāti (abi pāra vai nepāra).
- 6.2. No 24 vislielāko iespējamo masu summas atņemot 24 vismazāko iespējamo masu summu, iegūstam $(49-24)+(48-23)+\dots+(26-1)=24 \cdot 25=600$ (g). Tātad šāda starpība iespējama tikai gadījumā, ja rubīnu masas ir no 26 g līdz 49 g, bet smaragdu masas - no 1 g līdz 24 g. Tāpēc dimants sver 25 g.
- 6.3. a) var iegūt 16 daļas (skat. 2. zīm.)



2. zīm.

- b) to, ka šis skaits nav palielināms. pierāda līdzīgi kā 5.4. uzdevuma risinājumā.
- 6.4. Tā kā $64 = 6 \cdot 10 + 4$, tad katru četru pēc kārtas uzrakstītu skaitļu summa ir $S-600$, kur S - visu uzrakstīto skaitļu summa. Tā kā $2 = 10 - 2 \cdot 4$, tad katru divu pēc kārtas uzrakstītu skaitļu summa ir $100-2(S-600)$, tātad konstanta; tāpēc tā ir $100:5=20$. Tāpēc meklējamais skaitlis ir $20-11=9$. Piemērs, kurā pamīšus uzrakstīti 9 un 11, parāda, ka uzdevumā minētā situācija ir iespējama.
- 6.5. Ja ir tāda pietura, kurā apstājas augstākais divu firmu autobusi, tad pārējo pieturu nav vairāk par $5 \cdot 2 = 10$. Ja katrā no n pieturām apstājas vismaz triju firmu autobusi, tad $n \cdot 3 \leq 6 \cdot 7$, no kurienes $n \leq 14$.

Komentārs. Ciems ar 14 pieturām ir iespējams (skat. 3. zīm.). Skolēniem šis piemērs nav jāuzrāda.

Firma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
A	*	*	*	*	*	*								
B	*	*					*	*			*	*		
C	*	*							*	*			*	*
D			*	*			*	*					*	*
E					*	*	*	*	*	*				
F			*	*					*	*	*	*		
G					*	*					*	*	*	*

3. zīm.

ĪSAS NORĀDES VĒRTĒŠANAI

- 6.1. Par konkrētu gadījumu aplūkošanu - ne vairāk kā 2 punktus.
- 6.2. Par atbildi bez pamatojuma, ka tā ir vienīgā - ne vairāk kā 4 punktus.
- 6.3. Par piemēru - 6 punkti.
- 6.4. Par atbildi bez pamatojuma, ka tā ir vienīgā - 2 punkti.

ĪSI ATRISINĀJUMI

- 7.1.** Starp skaitļiem a , b , c ir vismaz divi "ar vienādām zīmēm" (abi pozitīvi vai abi negatīvi).
- 7.2.** a) pietiek ar trim skaitļiem 1500; 2300; 2700. Visiem skaitļiem no 1200 līdz 2000 noteikti der 1500; visiem skaitļiem no 2700 līdz 3600 noteikti der 2700; visiem skaitļiem no 2000 līdz 2700 noteikti der 2300.
b) ar diviem skaitļiem nepietiek. Viens no tiem nedrīkst pārsniegt 1500 (lai "apkalpotu" skaitli 1200), otrs nedrīkst būt mazāks par 2700 (lai "apkalpotu" skaitli 3600). Bet skaitli 2100 neapkalpo neviens no tiem abiem.
- 7.3.** Var iegūt 8 pirmskaitļus, pārveidojot $(3,5) \rightarrow (5,7), (4,6) \rightarrow (11,13), (7,9) \rightarrow (17,19), (8,10) \rightarrow (29,31)$.
- 7.4.** Nē, ne noteikti. Ja garumi ir 1 cm; 2 cm; 3 cm; 6 cm; 11 cm; 20 cm, tad no katriem četriem skaitļiem lielākais nav īsāks par triju pārējo summu (ievērojam, ka $1+2+3=6$; $2+3+6=11$; $3+6+11=20$).
- 7.5. Atbilde:** 19 apdzīšanas.
Risinājums balstās uz faktu: X **panāk** Y n reizes tad un tikai tad, ja X noskrien par n apliem vairāk nekā Y . Tātad X **apdzen** Y n reizes tad un tikai tad, ja X noskrien par $n+1$ apliem vairāk nekā Y .
Tātad Andris noskrēja 11 apļus vairāk nekā Pēteris. Pieņemsim, ka Jānis noskrēja x apļus vairāk nekā Pēteris; tad Andris noskrēja $11-x$ apļus vairāk nekā Jānis. Tātad Jānis apdzina Pēteri $x-1$ reizes, Andris apdzina Jāni $(11-x)-1=10-x$ reizes un kopējais apdzīšanu skaits bija $10+(x-1)+(10-x)=19$.

ĪSAS NORĀDES VĒRTĒŠANAI

- 7.1.** Par konkrētu gadījumu aplūkošanu - ne vairāk kā 2 punktus.
7.2. Par piemēru ar pamatojumu, ka tas der - 6 punktus, par pareizu piemēru bez pamatojuma - 3 punktus.
7.3. Par nepilnīgu risinājumu - ne vairāk kā 7 punktus.
7.4. Par pareizu pretpiemēru bez pamatojuma - 7 punktus.
7.5. Par pareizu atbildi bez pamatojuma - 4 punktus.

ĪSI ATRISINĀJUMI

8.1. Lai divu kvadrātu summa būtu 0, tiem abiem jābūt nullei. Bet, ja $x=0$, tad $xy-1=-1$.

8.2. **Atbilde:** jā, var.

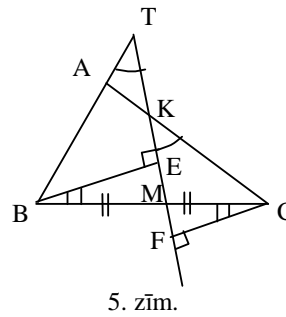
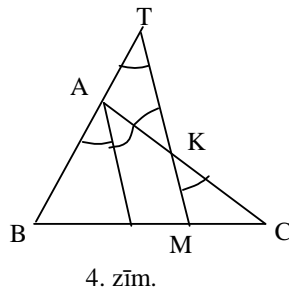
Pamatojums. Savos pirmajos 4 gājienos Jānis nedara neko. Ja 5., 6., 7. gājienā Andris ieraksta tādu pašu ciparu kā attiecīgi 3., 2., 1. gājienā, Jānis nedara neko. Pretējā gadījumā Jānis apskata abus simetriski novietotos dažādos ciparus un samaina vidējo, 4. ciparu ar to no šiem abiem, kurš atšķiras no 4. cipara.

8.3. **Atbilde:** a) nē, b) nē.

Atrisinājums. a) uz katras lapas esošo numuru summa ir nepāra skaitlis, bet 31 nepāra skaitļu summa nevar būt 1000.

b) uz katras lapas ir numuri $2n-1$ un $2n$, $n \in \mathbb{N}$; to summa ir $4n-1$. Trīsdesmit šādu skaitļu summa ir $4(n_1+n_2+\dots+n_{30})-30$, tātad nedalās ar 4. Bet 1000 dalās ar 4.

8.4.



Pagarinām MK līdz krustpunktam T ar taisni AB (skat. 4. zīm.). Krustleņķu un kāpšļu leņķu vienādību dēļ $\triangle TAK$ ir vienādsānu. Tātad jāpierāda, ka $TB=KC$.

Novelkam $BE \perp TK$ un $CF \perp TK$. Tā kā $\triangle BEM = \triangle CFM$ (hl), tad $BE=CF$. tāpēc $\triangle BTE = \triangle CKF$ (kl); tātad $TB=KC$, k. b. j.

8.5. **Atbilde:** a) var, b) nevar.

Atrisinājums. a) ir pavisam $4 \times 4 \times 4 - 2 \times 2 \times 2 = 56$ kubiņi, kam ir vismaz viena melna skaldne; **katram** kubiņam ir vismaz viena balta skaldne. Tāpēc 32 kubiņus var novietot ar melno un 32 - ar balto skaldni uz augšu.

b) "stūra kubiņiem" nav divu pretēju skaldņu, kas abas būtu nokrāsotas vienādi. Tāpēc **katram** kubiņam nepieciešamas divas pretējas skaldnes, no kurām viena ir balta, bet otra - melna. Bet 8 "centrālajiem" kubiņiem tādu skaldņu nav.

ĪSAS NORĀDES VĒRTĒŠANAI

8.3. Par katru gadījumu - 5 punkti.

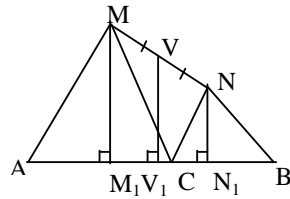
8.4. Ievērojiet, ka saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem **nevar būt**, ka $AB=AC$.

8.5. Par katru gadījumu - 5 punkti.

ĪSI ATRISINĀJUMI

- 9.1.** a) piemērs 1; 2; 3; 4; 5 parāda, ka var būt $n=5$;
 b) viens no sešiem pēc kārtas uzrakstītiem naturāliem skaitļiem dalās ar 6, tātad ar 2 un ar 3. Tāpēc nevar būt $n \geq 6$.
- 9.2.** Ja vienādojuma $x^2 + px + q = 2x$ saknes ir a un d , bet vienādojuma $x^2 + px + q = x$ saknes ir b un c , tad $C_1D_1 = d - c$ un $A_1B_1 = b - a$. Tāpēc
- $$C_1D_1 - A_1B_1 = (d - c) - (b - a) = (a + d) - (b + c)$$
- Bet pēc Vjeta teorēmas $a+d=2-p$ un $b+c=1-p$.

9.3.



3. zīm.

Novelkam $MM_1 \perp AB$, $NN_1 \perp AB$, $VV_1 \perp AB$ (skat 3. zīm.). Tad MNN_1M_1 - taisnleņķa trapecē (vai taisnstūris) un VV_1 - viduslīnija. Tāpēc

$$VV_1 = \frac{1}{2}(MM_1 + NN_1) = \frac{1}{2}\left(AC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + CB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{AC + CB}{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{4} AB,$$

kas nav atkarīgs no C stāvokļa uz AB .

- 9.4.** Ievērojam, ka $p(1)+p(2)+\dots+p(9)=45$. Tālāk, ja k un n - cipari, tad $p(\overline{k0})+p(\overline{k1})+\dots+p(\overline{k9})=45 \cdot k$ un $p(\overline{nk0})+p(\overline{nk1})+\dots+p(\overline{nk9})=45 \cdot n \cdot k$. Tāpēc $(p(1)+\dots+p(9))+p(10)+\dots+p(99)+(p(100)+\dots+p(999))+p(1000)+\dots+p(1999))+p(2000)+\dots+p(2001)+p(2002)=45+45(1+2+\dots+9)+45(1+2+\dots+9)^2+45(1+2+\dots+9)^2+0+0+0=45+2025+2 \cdot 91125=184\,320$.

9.5. Atbilde: 108 teorēmas.

Atrisinājums: Ja Cipariņš pirmās 14 dienas pierāda pa 7 teorēmām, bet 15. dienā - 10 teorēmas, tad kopējais pierādīto teorēmu daudzums ir $14 \cdot 7 + 10 = 108$.

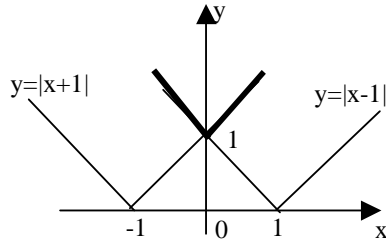
Skaidrs, ka eksistē kaut kāds pierādāmo teorēmu maksimums (tas nav lielāks par $10 \cdot 15 = 150$). Apskatīsim veidu, kā šo maksimumu sasniedz.

Ja I -jā dienā ($I = 1; 2; \dots; 13$) Cipariņš pierāda ≥ 8 teorēmas, tad $(I+1)$ -ā un $(I+2)$ -ā dienā viņš kopā pierāda ne vairāk kā 10 teorēmas; tāpēc I -jā, $(I+1)$ -ā un $(I+2)$ -ā dienā tiek pierādītas $\leq 10+10=20$ teorēmas. Bet, pierādot šajās trīs dienās pa 7 teorēmām katrā, maksimumu varētu palielināt, jo $3 \cdot 7 = 21 > 20$. Tā ir pretruna. Tāpēc, pierādot maksimālo skaitu teorēmu, Cipariņš pirmās 13 dienas pierāda ne vairāk kā 7 teorēmas katrā. Pēdējās divās dienās Cipariņš var pierādīt vai nu $\leq 7 + \leq 10$ jeb ≤ 17 , vai arī $\leq 10 + \leq 5$ jeb ≤ 15 teorēmas.

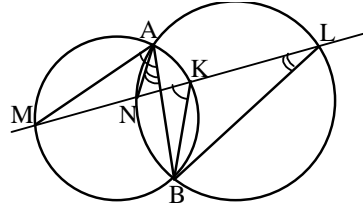
Tātad kopējais pierādāmo teorēmu skaits nepārsniedz $13 \cdot 7 + 17 = 108$.

10.1. 1. atrisinājums: Aplūko atsevišķi apgabalus $x \leq -1$; $-1 < x \leq 0$; $0 < x \leq 1$; $1 < x$. Var atsaukties uz simetrijām un pārbaudīt tikai 2 apgabalus.

2. atrisinājums: Ievērojam, ka $a+b+|a-b|=2\max(a, b)$. Tāpēc vienādības kreisajā pusē ir $2\max(|x-1|, |x+1|)$. Bet $\max(|x-1|, |x+1|)=|x|+1$ (skat. 4. zīm.)



4. zīm.



5. zīm.

10.2.

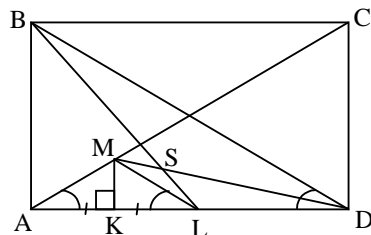
$\angle MAN = \angle MAB - \angle NAB = \angle MKB - \angle NLB = \angle KBL$ (pēc $\triangle KBL$ ārējā leņķa īpašības).

10.3. a) Kā zināms, $m \cdot n = D \cdot d$. Apzīmējam $m = a \cdot d$, $n = b \cdot d$. Tad dotā vienādība pārveidojas par $2ad + bd = \frac{2ad \cdot bd}{d} + d$ un tālāk par $2a+b=2ab+1$ jeb $(2a-1)(b-1)=0$. Tā kā

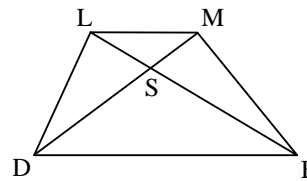
a un b - naturāli skaitļi, tad $b=1$, $n=d$; no dotā seko, ka $m=D$, tātad m dalās ar n.

b) Ja m dalās ar n, tad $m=D$, $n=d$ un pierādāmā vienādība ir acīmredzama.

10.4.



6. zīm.



7. zīm.

Tā kā $\triangle AML$ augstums MK ir arī mediāna, tad $\triangle AML$ - vienādsānu. Tāpēc $\angle MLK = \angle MAL = \angle BDA$ (skat. 6. zīm.). Tāpēc $ML \parallel BD$ un attālumi no M un L līdz taisnei DB ir vienādi. Tāpēc $L(DLB) = L(DMB)$. Atņemot no vienādības abām pusēm $L(DSB)$, iegūstam vajadzīgo (skat. 7. zīm.).

10.5. Atbilde: 11 gājieni.

Pierādījums:

a) Parādīsim, ka ar 11 gājieniem pietiek. Pirmajā gājienā apēdam pa 1 konfektei no kastēm, kurās ir nepāra skaits konfekšu. Rezultātā visās kastēs konfekšu skaits dalās ar 2. Otrajā gājienā apēdam pa 2 konfektēm no tām kastēm, kurās konfekšu skaits nedalās ar 4. Rezultātā visās kastēs konfekšu skaits dalās ar 4. Trešajā gājienā apēdam pa 4 konfektēm no tām kastēm, kurās konfekšu skaits nedalās ar 8. Rezultātā visās kastēs konfekšu skaits dalās ar 8. Līdzīgi turpinot, pēc 11 gājieniem konfekšu skaits visās kastēs dalās ar $2^{11}=2048$. Tā kā nevienā kastē konfekšu skaits nekad nepārsniedz 2002, tad šai brīdī tas ir 0.

b) Parādīsim, ka ar 10 gājieniem nepietiek. No sākuma visās kastēs ir dažāds skaits konfekšu. Tāpēc pēc pirmā gājiena vienādi konfekšu daudzumi var būt augstākais 2 kastēs, pēc otrā gājiena - augstākais $2+2=4$ kastēs, pēc trešā gājiena - augstākais $4+4=8$ kastēs, ..., pēc 10. gājiena - augstākais $2^{10}=1024$ kastēs. Tāpēc pēc 10. gājiena visas 2002 kastes nevar būt tukšas.

11.1. Der $k=1$; neder citi nepāra skaitļi k , jo tad k^k+1 ir pāra skaitlis, kas lielāks par 2.

Der $k=2$ ($2^2+1=5$) un $k=4$ ($4^4+1=257$).

Ja $k=a \cdot 2^n$, kur a - nepāra skaitlis, kas lielāks par 1, tad $k^k+1 = k^{a \cdot 2^n} + 1^a = (k^{2^n})^a + 1^a$ dalās ar $k^{2^n} + 1$, tātad nav pirmskaitlis. Pie $k=8$ iegūstam, ka $8^8+1=(2^8)^3+1^3$ dalās ar 2^8+1 , tātad nav pirmskaitlis; pie $k=16$ iegūstam $16^{16}=2^{64}=2^4 \cdot (2^{10})^6 > 16 \cdot (1000)^6 = 16 \cdot 10^{18} > 10^{19}$.

Tātad vienīgās k vērtības ir 1; 2; 4.

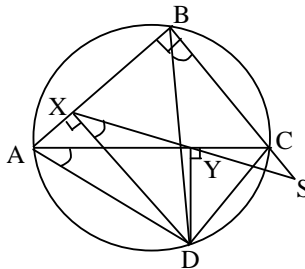
11.2. Atbilde: 7 dažādus rezultātus.

Pierādījums.

a) Izvēloties skaitļus 1; 2; 3; 4; 5, Andris iegūst summas 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9.

b) Ja $a < b < c < d < e$, tad $a+b < a+c < b+c < b+d < c+d < c+e < d+e$. Tāpēc ir vismaz 7 dažādas summas.

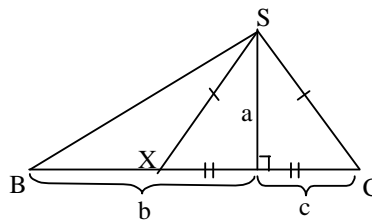
11.3.



8. zīm.

Apzīmējam XY un BC krustpunktu ar S . Tā kā ap $AXYD$ var apvilkt riņķa līniju (jo $\angle AXD = \angle AYD$), tad $\angle SXD = \angle CAD$. No ievilkto leņķu īpašībām $\angle CAD = \angle CBD$. Tātad $\angle SXD = \angle SBD$. Tātad ap $SBXD$ var apvilkt riņķa līniju. Tā kā šajā četrstūrī $\angle X$ un $\angle B$ ir taisni, tad tas ir taisnstūris. Bet taisnstūrī diagonāles krustpunktā dalās uz pusēm.

11.4.



9. zīm.

Skat. 9. zīm., kur $|SB-SX| \leq BX$. Iespējami arī daudzi tradicionāla stila risinājumi ar ekvivalentu pārveidojumu palīdzību.

11.5. Izmantosim matemātisko indukciju. Pie $n=3$ diagonāļu vispār nav. Pie $n=4$ acīmredzami laba ir viena diagonāle - tā, kas savieno virsotnes, kuras ir blakus vieniniekam.

Pieņemsim, ka apgalvojums pareizs n -stūrī, kur $n \geq 4$, un apskatīsim $(n+1)$ -stūri. Viena laba diagonāle ir tā, kas savieno vieniniekam blakus esošās virsotnes X un Y . Skaidrs, ka neviena diagonāle, kas iziet no vieninieku saturošās virsotnes V , nav laba.

Nogriezīsim no daudzstūra trijstūri VXY un palikušajās virsotnēs (visās, izņemot V !) esošos skaitļus samazināsim par 1. Sākotnējā daudzstūra labās diagonāles, izņemot XY , ir tieši tās, kuras ir labas jaunajā daudzstūrī. Atliek pielietot induktīvo hipotēzi.

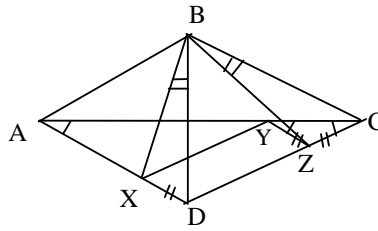
12.1.

- a) jā; piemēram, ja $\sin x = \frac{3}{5}$ un $\cos x = \frac{4}{5}$;
 b) jā, piemēram, ja $x = 30^\circ$;
 c) nē, jo sinusa funkcija ir visur definēta.

12.2.

- 1) $x+y+t=(x*y)*t=(x*z)*t=x+z+t$, tāpēc $y=z$
 2) apzīmējam $x*y=e$, $y*x=f$. Tad $e*z=x+y+z=y+x+z=f*z$. Tāpēc $e+z+t=(e*z)*t=(f*z)*t=f+z+t$; tātad $e=f$
 3) apzīmējam $x*0=a$. Tad $a*0=(x*0)*0=x+0+0=x$. Tālāk $2a=a+0+a=(a*0)*a=x*a=a*x=(x*0)*x=x+0+x=2x$, tātad $a=x$. Tātad $a*0=a$, tāpēc arī $x*0=x$. Iegūstam $x+y=x+y+0=(x*y)*0=x*y$, k.b.j.

12.3.



10. zīm.

Tā kā $YZ \parallel AD$, tad $\angle ZYC = \angle DAC = \angle DCA$. Tāpēc $\triangle YZC$ ir vienādsānu; tāpēc $XD = YZ = ZC$. Tā kā $BD = BC$ un $\angle ADB = \angle DCB$ (jo $\triangle ABD$ un $\triangle DBC$ ir regulāri), tad $\triangle XDB = \triangle ZCB$ (pazīme mlm). Tāpēc $BX = BZ$ un $\angle XBZ = \angle DBC - \angle ZBC + \angle XBD = \angle DBC = 60^\circ$. Tātad $\triangle XBZ$ ir vienādsānu ar virsotnes leņķi 60° , tātad regulārs.

12.4. Atbilde: a) nē; b) jā.

Risinājums. a) viegli izsekot: procesa attīstības gaitā melno apgabalu robežas kopgarums nepalielinās. Tā kā sākumā tas nepārsniedz 36, tad nekad nevar kļūt 40.

b) ja sākumā kvadrāta viena diagonāle ir melna, tad pēc 9 laika vienībām viss kvadrāts būs melns.

12.5. a) no trijstūra viduslīnijas īpašības seko, ka sfēras apvilktas ap 4 vienādām piramīdām, kas līdzīgas sākotnējai ar līdzības koeficientu $\frac{1}{2}$. Tāpēc tās ir vienādas savā starpā.

b) dosim divus pierādījumus.

A. Apzīmēsim piramīdai ABCD apvilktās lodes centru ar O. Tā kā $OA = OB = OC = OD$, tad nogriežņi, kas savieno O ar šķautņu viduspunktiem, ir perpendikulāri šīm šķautnēm. Tāpēc no to šķautņu viduspunktiem, kas iziet no A, nogriežņi OA redz taisnā leņķī. Tāpēc šie viduspunkti atrodas uz sfēras ar diametru OA. Bet šī sfēra ir uzdevuma nosacījumos minētā caur A vilktā sfēra, kas tātad iet caur O. Līdzīgi pierāda, ka arī 3 citas sfēras iet caur O.

B. Apskatām uzdevuma nosacījumos caur virsotni A vilkto sfēru S un pielietojam tai homotētiju ar centru A un koeficientu 2. Sfēra acīmredzami attēlojas par piramīdai apvilktu sfēru, tāpēc tās centrs C - par piramīdai apvilktās sfēras centru O. No otras puses, C ir S diametra viduspunkts, tāpēc šajā homotētijā attēlojas par sfēras S punktu, kas diametrāli pretējs A. Tātad S iet caur O. Citām sfērām apgalvojumu pierāda līdzīgi.

ĪSAS NORĀDES DARBU LABOŠANAI

- 9.1.** Piemērs - 4 punkti, maksimalitātes pierādījums - 6 punkti.
9.2. Konkrētu gadījumu aplūkošana - līdz 2 punktiem.
9.3. Speciālgadījumu aplūkošana - līdz 2 punktiem.
9.4. Ja atbilde nav pareiza, ne vairāk kā 7 punktus.
9.5. Par katru daļu 5 punkti.
- 10.2.** Par speciāla taisnes novietojuma analīzi - līdz 3 punktiem.
10.3. Par katru daļu 5 punkti.
10.4. Par paralelītātes $ML \parallel BD$ vai ekvivalenta fakta konstatēšanu - 5 punkti.
10.5. Par katru daļu 5 punkti.
- 11.1.** Par katru derīgo k vērtību 1 punkts. Pārējie 7 punkti - par pierādījumu, ka citas k vērtības neder.
11.2. Par piemēru - 4 punkti, par maksimalitātes pierādījumu - 6 punkti.
11.3. Par konstatējumu, ka ap $AXYD$ var apvilkt riņķa līniju - 4 punkti.
11.5. Par atsevišķu n vērtības analīzi - līdz 3 punktiem.
- 12.1.** a) 4 punkti, b) 3 punkti, c) 3 punkti.
12.2. a) 3 punkti, b) 3 punkti, c) 4 punkti.
12.3. Speciālgadījumu aplūkošana - līdz 2 punktiem.
12.4. Par katru daļu 5 punkti.
12.5. Par katru daļu 5 punkti.

Jūsu atsauksmes par uzdevumiem, kā arī vienu protokola eksemplāru ar visu dalībnieku vārdiem, uzvārdiem, skolām, iegūtajiem punktiem pa uzdevumiem un piešķirtajiem apbalvojumiem lūdzam līdz 1. martam nosūtīt uz adresi

A. Liepas NMS. RajOL.
Latvijas Universitāte
Raiņa bulvārī 19
Rīgā
LV - 1586

vai arī olimpiādes 3. kārtas laikā nodot A. Andžānam.

Labu veiksmi jums un jūsu skolēniem!

A. Liepas NMS