## Latvijas 57. matemātikas olimpiādes (2006./07.m.g.) 2. posma uzdevumu
# īsi atrisinājumi

**5.1.** Jā, var; skat., piem., 3. zīm.

| 2007 | |
|---|---|
| 1 | 2006 |
| 2 | 2005 |
| 3 | 2004 |
| ⋮ | |
| 1003 | 1004 |

3. zīm.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | | | x | | |
| | x | | | x | |
| | | | | | |
| x | | | x | | |
| | x | | | x | |
| | | | | | |

4. zīm.

**5.2.** Var ņemt, piemēram, 13 kartiņas ar skaitļiem

1; 1; 1; 1; 2; 2; 3; 4; 4; 5; 5; 5; 5.

Parādīsim, ka 13 ir **mazākais** iespējamais kartiņu skaits. Pieņemsim, ka a un b – divi mazākie **dažādi** skaitļi, $a < b$. Tā kā summai $a + b$ jāizsakās vēl citādi, jābūt vēl pa vienam eksemplāram gan a, gan b. Lai summu $a + a$ varētu izsacīt ar citām kartiņām, jābūt vēl diviem a eksemplāriem. Līdzīgi konstatē, ka lielākajai vērtībai d jābūt vismaz uz 4 kartiņām un otrai lielākajai vērtībai c – vismaz uz 2 kartiņām. Tā kā jābūt vismaz 5 dažādiem skaitļiem, tad nepieciešama vēl 13. kartiņa.

**5.3.** Jā, var; skat., piem., 4. zīm.

**5.4.** a) Nē, nevar; neviena meitene nav garāka par visgarāko zēnu.

b) jā, var; skat. sekojošo tabulu, kur doti augumi centimetros.

| Zēni | Meitenes |
|---|---|
| 170 | 169 |
| 168 | 167 |
| 166 | 165 |
| 164 | 163 |
| 162 | 161 |

„Alfa”

| Zēni | Meitenes |
|---|---|
| 170 | 161 |
| 168 | 169 |
| 166 | 167 |
| 164 | 165 |
| 162 | 163 |

„Beta”

**5.5.** Atbilde: 10248

Risinājums: mazākais piecciparu naturālais skaitlis, kam visi cipari ir dažādi, ir 10234 (vispirms izvēlas iespējami mazu pirmo ciparu, tad – iespējami mazu otro utt.) Virzoties no 10234 uz augšu, atbildi atrod mēģinājumu ceļā.

**6.1.** <u>Atbilde:</u> divi meļi.

a) Piemērs: Alfa un Beta – meļi, Gamma – patiess rūķītis; pirmo frāzi saka Gamma, otro – Alfa.

b) ja meļu būtu ne vairāk par vienu, tad vismaz vienu no diviem izteicieniem ir teicis patiess rūķītis. Bet tad ir patiesība, ka meļu ir vismaz divi – pretruna. Ja visi rūķīši būtu meļi, tad abas frāzes ir patiesas, un tās teikuši meļi – atkal pretruna.

**6.2. a)** Nē. Vienā kolonnā ar 4 var atrasties tikai 5, un vienā kolonā ar 11 arī var atrasties tikai 5. Bet 5 nevar reizē atrasties 2 kolonnās.

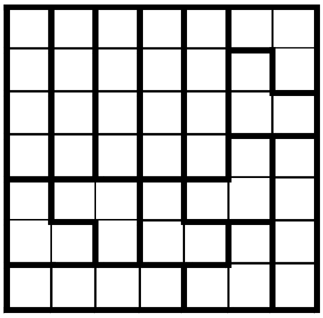
**b)** jā, skat. 5. zīm.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 8 | 2 | 13 | 12 | 11 | 10 | 9 | 1 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 |

5. zīm.

**6.3. a)** Nē; 12 figūriņām ir pats lielākais $12 \cdot 4 = 48 < 7 \cdot 7$ rūtiņas;

**b)** jā, skat., piem., 6. zīm.



6. zīm.

**6.4.** Nē, neeksistē. Tāda skaitļa ciparu summa ir 45, tātad tas dalās ar $9 = 3 \cdot 3$; bet starp tā pirmreizinātājiem nav neviena trijnieka.

**6.5.** Pierādīsim vispirms, ka ir divi bērni, kam sakrīt vismaz divu nopirkto sieriņu nosaukumi (šis fakts neizmantos to, ka visi samaksāja vienādus naudas daudzumus). Ja Gunāram un Dzintaram nav divu kopēju nosaukumu sieriņu, tad pa abiem viņiem ir visu nosaukumu sieriņi, tātad arī visu trīs Maijas nopirkto nosaukumu sieriņi. Tāpēc no trim Maijas nosaukumiem vismaz diviem ir jābūt arī Gunāram vai Dzintaram (pretējā gadījumā Maijai varētu būt augstākais divu nosaukumu sieriņi).

Apskatīsim tos bērnus, kam divi sieriņu nosaukumi sakrīt. Tā kā sakrīt arī viņu samaksātās naudas summas, tad par trešo sieriņu viņi samaksājuši vienādus naudas daudzumus; tā kā visas cenas ir dažādas, tad sakrīt arī trešo viņu nopirkto sieriņu nosaukumi.

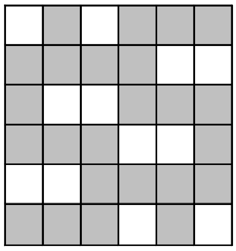
---

**7.1.** Jebkuru: $n = n^{10} : n^9 = \left(n^2\right)^5 : \left(n^3\right)^3$.

**7.2. a)** 7; -4; -4; 7; -4; -4; 7; -4; -4; 7; -4; -4; 7

**b)** pozitīviem jābūt skaitļiem 1., 4., 7., 10., 13. pozīcijās. Uz katru pusi no katra no šiem skaitļiem esošo citu skaitļu skaits dalās ar 3; sadalot tos grupās pa 3, iegūstam, ka uz katru pusi no katra no šiem skaitļiem A esošo skaitļu summa ir negatīva. Lai visu skaitļu summa būtu pozitīva, jābūt A>0.

**7.3.** Jā, var. Skat., piem., 7. zīm.



7. zīm.

**7.4.** Meklējamo skaitli apzīmēsim ar n. Tā **iespējami** pozitīvie dalītāji (dilstošā secībā) ir $n; \frac{n}{2}; \frac{n}{3}; \frac{n}{4}; \ldots$.

Skaidrs, ka neviens no apskatāmajiem 3 dažādajiem dalītājiem nevar būt n. Ja lielākais no tiem nav $\frac{n}{2}$, tad to summa nepārsniedz $\frac{n}{3}+\frac{n}{4}+\frac{n}{5}<n$, un tā nevar būt. Tāpēc viens no 3 dalītājiem ir $\frac{n}{2}$, un abu pārējo summa ir $\frac{n}{2}$. Ja lielākais no šiem abiem pārējiem ir $\frac{n}{3}$, tad trešais ir $\frac{n}{2}-\frac{n}{3}=\frac{n}{6}$. Ja lielākais no šiem abiem pārējiem ir mazāks par $\frac{n}{3}$, tad to summa nepārsniedz $\frac{n}{4}+\frac{n}{5}<\frac{n}{2}$, un tā nevar būt.

Tāpēc vienīgā iespēja ir, ka šie dalītāji ir $\frac{n}{2}$, $\frac{n}{3}$ un $\frac{n}{6}$. Lai tādi dalītāji eksistētu, nepieciešams un pietiekams, lai n dalītos ar 6.

**7.5.** Var rīkoties, piemēram, šādi:

1. Iedodam burvim 3 monētas; to, uz kuru viņš norāda, apzīmējam ar A, pārējās – ar B un C.
2. Iedodam burvim 3 citas monētas; to, uz kuru viņš norāda, apzīmējam ar D, pārējās - ar E un F.
3. Iedodam burvim 3 citas monētas; to, uz kuru viņš norāda, apzīmējam ar G, pārējās – ar H un I.
4. Iedodam burvim A, D, G. Pieņemsim, ka viņš norāda uz A (citus gadījumus analizē tieši tāpat).

**Pierādīsim, ka A ir viltota.** Tiešām, vismaz viena viltota monēta starp jau pārbaudītajām deviņām ir. Tāpēc vismaz viena no A, D, G ir viltota; tāpēc A ir viltota.

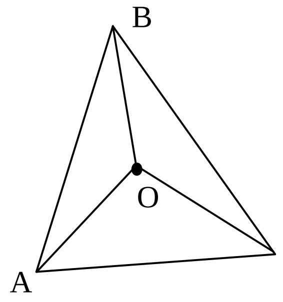
---

**8.1.** Skolēni, kas uzrakstīja „gas”, visi kļūdījās. Daži no 22 skolniekiem, kam bija jāraksta „galds”, uzrakstīja „gals”, pārējie – „gads”. Tātad no 15+15=30 atbildēm „gads” un „gals” 22 atbildes ir nepareizas, bet 30-22=8 atbildes – pareizas.

**8.2.** Ar ekvivalentiem pārveidojumiem vienādojums pārveidojas par $x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)=0$. Tāpēc atrisinājuma kopa ir $\{0;\pm1;\pm2;\pm3\}$.

**8.3. Atbilde**: nē, nevar.

**Risinājums**: trijstūrī pret lielāku malu atrodas lielāks leņķis. Tāpēc no uzdevumā minētajām sakarībām, apskatot $\Delta AOB, \Delta BOC, \Delta COA$, sekotu OB>OA, OC>OB, OA>OC, no kā seko OB>OB – pretruna.




8. zīm

**8.4**. No 12 pēc kārtas ņemtiem naturāliem skaitļiem vismaz viens dalās ar 5, vismaz viens – ar 7, vismaz viens – ar 8, vismaz viens – ar 9 un vismaz viens – ar 11. Meklējamajam skaitlim A jādalās ar 5; 7; 8; 9; 11. Tā kā šie skaitļi ir pa pāriem savstarpēji pirmskaitļi, tad A jādalās ar to reizinājumu $5\cdot 7\cdot 8\cdot 9\cdot 11 =$ 27 720. Tātad $A \geq 27\ 720$. Skaidrs, ka skaitlis 27 720 dalās ar 1;2;3;...;11;12. Tātad meklējamais skaitlis ir 27 720.

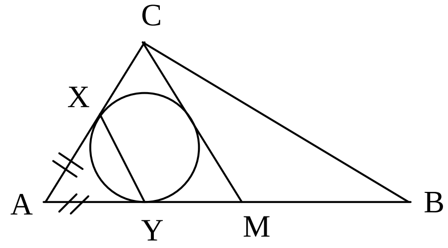
**8.5.** Katrā griežot iegūtajā kvadrātā vienas krāsas rūtiņu ir par 1 vairāk nekā otras krāsas rūtiņu, un vairākums rūtiņu ir tajā krāsā, kurā ir centrālā rūtiņa. „Vairākumu nodrošinošo” balto rūtiņu jābūt tikpat, cik „vairākumu nodrošinošo” melno rūtiņu, jo lielajā kvadrātā melno un balto rūtiņu ir vienāds daudzums.

---

**9.1.** Šādi pirmskaitļi var būt, piemēram, 23; 41; 59; 67. To summa ir 190. Tā nevar būt citāda, jo cipari 2; 4; 5; 6 nevar būt saskaitāmo pirmskaitļu vienu cipari; tāpēc tie ir desmitu cipari, un meklējamā summa noteikti ir $10(2+4+5+6)+(1+3+7+9)=10\cdot 17+20=190$.

**9.2.** Pierādāmo nevienādību viegli pārveidot par $(x-2y)(2x-y)\leq 0$ un tālāk par $\left(\frac{x}{y}-\frac{1}{2}\right)\left(\frac{x}{y}-2\right)\leq 0$, kas ir acīmredzami.

**9.3.** Mediāna pret hipotenūzu vienāda ar pusi no hipotenūzas, tāpēc MA=MC. Tā kā $\Delta AMC \sim \Delta AYX$, tad YA=YX. Pieskaru vienādības dēļ YA=XA. Tāpēc $\Delta AYX$ ir regulārs, $\angle A = 60°$ un $\angle B = 30°$.




2.zīm

**9.4.** a)Ja visi iespējamie policistu trijnieki ir nodežurējuši pa vienai reizei, tad katrs pāris ir dežurējis kopā ar pieciem citiem policistiem; tātad var būt n=5.

b)attēlosim policistus ar regulāra 7-stūra virsotnēm. Ja pa reizei dežurēs visi tie policistu trijnieki, kuru atbilstošās virsotnes veido vienādsānu trijstūri, iegūsim situāciju ar n=3.

**9.5.** Katrā $2\times 2$ rūtiņu kvadrātā var būt ne vairāk kā viens pāra skaitlis. Tātad nepāra skaitļi ierakstīti vismaz $25\times 3=75$ reizes. Tā kā to pavisam ir pieci, iegūstam a) risinājumu.

Katrā $2\times 2$ rūtiņu kvadrātā var būt ne vairāk kā viens no skaitļiem 3;6;9. Tāpēc katrā $2\times 2$ rūtiņu kvadrātā ir vismaz 2 skaitļi no kopas $\{1;5;7\}$; tātad to pavisam ir vismaz 50. Tā kā $3\cdot 16<50$, iegūstam b) risinājumu.

---

**10.1.** Salīdzinām divas monētas A un B. Pastāv divas iespējas.

1. A un B ir dažādas masas. Tad viena no tām ir viltota, otra – īsta. Sadalām atlikušās 2004 monētas 1002 pāros un katru no tiem salīdzinām ar pāri (A, B). Katrā svēršanā mēs noskaidrosim, cik viltoto monētu ir konkrētajā pārī. Pavisam tiks izmantotas 1 + 1002 = 1003 svēršanas.
2. A un B ir vienādas masas. Kā iepriekš salīdzinām pāri (A, B) ar citiem monētu pāriem, kamēr atrodam pāri (C, D), kura masa atšķiras no ( A, B) masas. Pieņemsim, ka (C, D) kopējā masa ir mazāka nekā (A, B) kopējā masa (otrs gadījums ir „simetrisks”). Tad A un B, kā arī visas citas līdz šim svērtās monētas ir īstas. Salīdzinām C un D. Rezultātā mēs atrodam vismaz vienu monētu no pāra (C, D), kura ir viltota. Tagad izveidojam pāri (īsta monēta, viltota monēta) un turpinām kā 1. gadījumā. Pavisam tiks izmantotas 1 + 1002 + 1 = 1004 svēršanas.

**10.2.** Pie nepāra n to var izdarīt, piemēram, šādi: 2;4;6;... rindās visas rūtiņas nokrāso melnas, bet pērējās rindās visas rūtiņas nokrāso šādi: 1. rindā bsbs..., 3. rindā sbsb..., 5. rindā bsbs..., 7. rindā sbsb... utt. Pie $n=4$ var būt, piemēram, 3. zīm.

| | | | |
|---|---|---|---|
| b | m | s | m |
| s | m | b | b |
| b | m | s | s |
| s | m | b | m |

3. zīm.

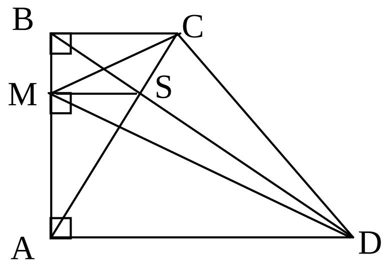
Ja n – pāra skaitlis, kas dalās ar 4, kvadrātu sadala $4\times 4$ rūtiņu kvadrātos un izmanto 3. zīm. redzamo krāsojumu.

Ja n – pāra skaitlis, kas nedalās ar 4, kvadrātu sadala četros vienādos kvadrātos ar nepāra skaitu rūtiņu katrā un izmanto sākumā minēto krāsojumu.

**10.3.** a) piemēram, $n=30$; dalītāju grupas ir $1+2+3+5+10+15=6+30$.

b) ja p – „pietiekami liels” pirmskaitlis, apskatām skaitli 6p. Dalītāju grupas ir $1+2+3+p+2p+3p=6+6p$.

**10.4.** Skaidrs, ka $\Delta BSC \sim \Delta DSA$ (atbilstošie leņķi vienādi kā krustleņķi un kā iekšējie šķērsleņķi pie paralēlām taisnēm). Līdzīgos trijstūros augstumu attiecība vienāda ar atbilstošo malu attiecību, tāpēc BC : DA = BM : AM. Tāpēc $\Delta CBM \sim \Delta DAM$, un iegūstam $\angle BCM=\angle ADM$. Tad $\angle CMS=\angle BCM=\angle ADM=\angle DMS$, k.b.j.




4. zīm.

**10.5.** Ievērosim, ka $f(x)=(x+4)^2-4$. Tāpēc $f(f(x))=\left((x+4)^2-4+4\right)^2-4=(x+4)^4-4$ un $f(f(f(x)))=\left((x+4)^4-4+4\right)^2-4=(x+4)^8-4$.

Risinot vienādojumu $(x+4)^8 - 4 = 0,$ iegūstam

$(x+4)^8 = 4$

$x + 4 = \pm\sqrt[4]{2}$

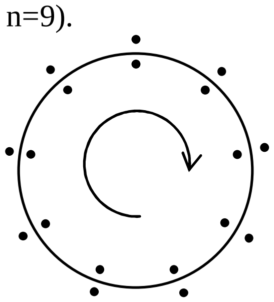
$x = -4 \pm \sqrt[4]{2}$

---

**11.1.** Pārveidojam vienādojumu par $x(x+3) = 2^y$. Ja x- pāra skaitlis, tad x+3 – nepāra skaitlis, kas lielāks par 1, tātad dalās ar kādu nepāra pirmskaitli; tad $x(x+3)$ nevar būt vienāds ar $2^y$ saskaņā ar aritmētikas pamatteorēmu. Līdzīgi nevar būt, ka x>1 un x – nepāra skaitlis. Pārbaudot x=1, redzam, ka y=2. Tātad $(x; y) = (1; 2)$ ir vienīgais atrisinājums.

**11.2.** a) Pieņemsim, ka tāda pāra nav. Lūgsim katram zēnam uzrakstīt y dažādas kartītes – katru ar savu vārdu un kādu tās meitenes vārdu, kas viņam patīk. Līdzīgu darbu lūgsim izdarīt meitenēm. Tā kā savstarpēju simpātiju nav, tad nav divu kartīšu, uz kurām būtu vienādi uzraksti; tāpēc kartīšu nav vairāk par $n \cdot n = n^2$. No otras puses, kartīšu ir $x \cdot n + y \cdot n = (x+y) \cdot n > n \cdot n = n^2$ – pretruna.

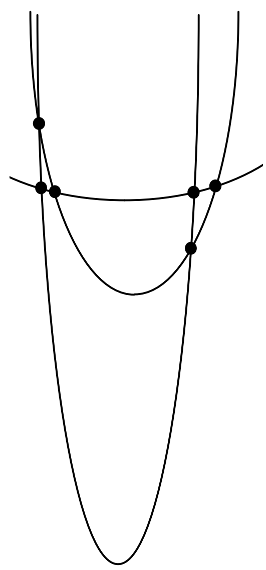
b) Attēlosim meitenes ar punktiem riņķa līnijas iekšpusē, bet zēnus – ar punktiem riņķa līnijas ārpusē (skat. 5.zīm., kur n=9).



5.zīm.

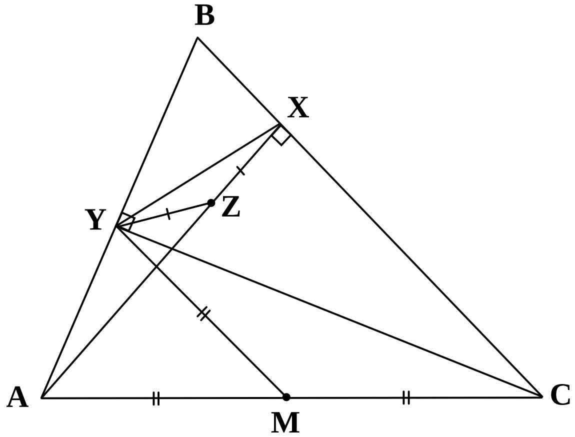
Ja katrai meitenei patīk x zēni pulksteņa rādītāja kustības virzienā, sākot ar to, kurš stāv viņai blakus, bet katram zēnam – y meitenes pulksteņa rādītāja kustības virzienā, sākot ar to, kura stāv viņam vienu pozīciju priekšā, tad savstarpēju simpātiju nav.

**11.3.** Jā, eksistē. Pietiek, ka to grafiki krustojas tā, kā parādīts 6.zīm. **Šādā risinājumā** nepieciešams, lai vai nu tiktu uzrādīti konkrēti trinomi, vai arī pamatots, kāpēc tāds zīmējums ir izveidojams (jo principā varētu gadīties, ka zīmējumā parādītā krustošanās nav iespējama).



6.zīm.

**11.4.** Tā kā $\angle AYC=90^o=\angle AXC$, tad ap AYXC var apvilkt riņķa līniju; tāpēc $\angle ACY=\angle AXY$ kā ievilkti leņķi, kas balstās uz vienu un to pašu loku.



7.zīm

Apzīmēsim $\angle ACY=\angle AXY=\varphi$. Izmantojot trijstūra leņķu summu, viegli iegūt, ka $\angle AMY=2\varphi$ un $\angle AZY=2\varphi$, tātad $\angle AMY=\angle AZY$. No šejienes seko vajadzīgais.

**11.5.** Doto vienādību varam ekvivalenti pārveidot par $\frac{1}{y}=\frac{\frac{1}{x}+\frac{1}{z}}{2}$. Tātad dotajiem skaitļiem apgrieztie skaitļi veido aritmētisku progresiju; acīmredzami šī progresija ir 1; $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{6}$; $\frac{3}{6}$; $\frac{2}{6}$; $\frac{1}{6}$, un paši skaitļi ir 1; $\frac{6}{5}$; $\frac{3}{2}$; 2; 3; 6.

---

**12.1.** Ja $a_1=1;\ a_2=2;a_3=4;a_4=8$ un $f(x)=x^2-x+2$, no minētajām vienādībām pastāv tikai pirmās divas. Visas šīs vienādības nevar vienlaicīgi pastāvēt. Ja tā būtu, tad kvadrātvienādojumam $f(x)-q\cdot x=0$ (q – progresijas kvocients) būtu 3 dažādas saknes $a_1$, $a_2$, $a_3$, bet tas nevar būt.

**12.2. Atbilde:** $n = 2^k$, $k = 0; 1; 2; \ldots$ .

**Risinājums.** Ja k = 0, tad n = 1; vienīgā spuldze tiek ieslēgta, un tālāk nekas netiek darīts. Pie $n = 2^k$, $k\in N$, katram no dalītājiem d= 2; 4; 8; …; $2^{k-1}$; $2^k$ atbilstošā maiņu sērija skar katru spuldzi 0 vai d reizes (tātad kopumā neietekmē tās stāvokli), kamēr dalītājam 1 atbilstošā sērija maina katras spuldzes stāvokli 1 reizi. Tāpēc beigās visas spuldzes būs ieslēgtas.

Ja turpretī skaitlim n ir kāds nepāra pirmskaitlis p, ar kuru n dalās, tad (p+1)-ā spuldze (uzskatot S par pirmo spuldzi) tiks „aizskārta” tieši divas reizes (sērijās, kas atbilst n dalītājiem 1 un p) un tāpēc beigās paliks izslēgta.

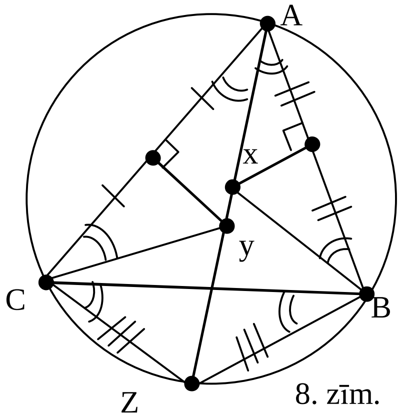
**12.3.** Tieša pārbaude parāda, ka neder n=1; 2; 3; 4; 5, tātad $n\geq 6$. Ja n, dalot ar 3, dod atlikumu 1 resp. 2, tad n-1 resp. n+1 nav pirmskaitlis. Tāpēc n dalās ar 3. Ja n-nepāra skaitlis, tad n-1 un n+1 nav pirmskaitļi, tāpēc n dalās ar 2. Tātad n dalās ar 6. Tad n ir dalītāji 1; $\frac{n}{6}$; $\frac{n}{2}$; $\frac{n}{3}$; $n$. Bet $\frac{n}{6}+\frac{n}{2}+\frac{n}{3}+n=2n$. Saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem 1 jābūt vienam no skaitļiem $\frac{n}{6}$; $\frac{n}{2}$; $\frac{n}{3}$; $n$. Mums der tikai $1=\frac{n}{6}$; tad $n=6$. Pārbaude parāda, ka šī vērtība der.

**12.4.** Tā kā AX=BX, mums pietiek pierādīt, ka BX=YZ. Tas būs pierādīts, ja iegūsim, ka ΔCZY=ΔZBX. Bet tā tas ir, jo (1) CZ=ZB kā hordas, kas savelk vienādus lokus (∪CZ=∪ZB, jo uz tiem balstās vienādi ievilktie leņķi CAZ un ZAB);

(2) ∠CYZ=2∠CAY=∠CAB (ārējais leņķis ΔCYA); līdzīgi ∠ZXB=∠CAB. Tātad ∠CYZ=∠ZXB;

(3) ∠CZY=∠CZA=∠CBA=∠ZBX.

No (2) un (3) seko, ka ΔCZY~ΔZBX. Tas kopā ar CZ=ZB dod vajadzīgo trijstūru vienādību.



8. zīm.

**12.5. Atbilde:** ar 144 gājieniem.

**Risinājums.** Sākumā ir 72 melnas rūtiņas. Lai melnu rūtiņu pārveidotu par baltu, tās krāsa jāmaina divas reizes. Tā kā sākotnēji melnajām rūtiņām nav kopīgu malu, tad ar vienu gājienu var skart tikai vienu sākotnēji melno rūtiņu. Tāpēc nepieciešami vismaz 72·2=144 gājieni.

Parādīsim, ka ar 144 gājieniem pietiek. Sadalīsim kvadrātu 24 taisnstūros ar izmēriem 2x3 rūtiņas. Sākotnēji katram no tiem ir viens no krāsojumiem, kas redzami 9.zīm.:

| | | |
|---|---|---|
| **b** | **m** | **b** |
| **m** | **b** | **m** |

| | | |
|---|---|---|
| **m** | **b** | **m** |
| **b** | **m** | **b** |

9.zīm.

Ar 6 gājieniem vienu taisnstūri var pārveidot vajadzīgajā formā:

| | | |
|---|---|---|
| **b** | **m** | **b** |
| **m** | **b** | **m** |

| | | |
|---|---|---|
| **b** | **m** | **b** |
| **s** | **m** | **m** |

| | | |
|---|---|---|
| **b** | **m** | **b** |
| **b** | **s** | **m** |

| | | |
|---|---|---|
| **b** | **m** | **b** |
| **b** | **b** | **s** |

| | | |
|---|---|---|
| **b** | **m** | **b** |
| **b** | **m** | **b** |

| | | |
|---|---|---|
| **m** | **s** | **b** |
| **b** | **m** | **b** |

| | | |
|---|---|---|
| **m** | **b** | **m** |
| **b** | **m** | **b** |

10.zīm.

Tātad pavisam pietiek ar 24·6=144 gājieniem.

## Īsi norādījumi vērtēšanai

**5.2**. Piemērs – 5 punkti.

**5.4.** Par katru daļu – 5 punkti.

**5.5.** Atbilde bez pamatojuma, ka tā ir mazākā iespējamā – 6 punkti.

---

**6.1.**Tikai atbilde – 3 punkti.

**6.2.** Par katru daļu – 5 punkti.

**6.3.** Par katru daļu – 5 punkti.

**6.4**. Par atbildi bez pamatojuma – 3 punkti.

**6.5.** Par pierādījumu, ka ir 2 bērni ar vismaz 2 „kopīgiem" sieriņiem – 6 punkti.

---

**7.2.** Par katru daļu – 5 punkti.

**7.4.** Par atbildi (skaitļi 6n, $n \in N$ ) – 4 punkti.

**7.5.** Par stratēģijām ar vairāk nekā 4 jautājumiem – ne vairāk kā 4 punktus.

---

**8.1.** Par nepareizu atbildi, kaut arī spriedumi ir saprātīgi – ne vairāk kā 5 punkti.

**8.2.** Par saknēm bez pamatojuma, ka citu nav – līdz 4 punktiem.

**8.3.** Par speciālgadījumu apskatīšanu – līdz 3 punktiem.

**8.4.** Par atbildi bez pamatojuma, ka tā ir mazākā – līdz 6 punktiem.

**8.5.** Par speciālgadījumu apskatīšanu – līdz 3 punktiem.

---

**9.1.** Par piemēru bez pamatojuma, ka citas vērtības nav iespējamas – 4 punkti.

**9.2.** Par atsevišķu piemēru apskatīšanu – līdz 2 punktiem.

**9.4.** Par a) daļu – 5 punkti.

**9.5.** Par katru daļu – 5 punkti.

---

**10.2**. Par risinājumu nepāra n – 5 punkti.

**10.3.** Par a) daļu – 4 punkti.

**10.4**. Par nepilnīgu pierādījumu, kurā trūkst būtisku soļu – ne vairāk par 5 punktiem.

**10.5.** Par pārveidojumiem, kas neved pie mērķa – ne vairāk par 3 punktiem.

---

**11.1.** Par atbildi – 2 punkti.

**11.2.** Par katru daļu – 5 punkti.

**11.3.** Par risinājumu „ar grafikiem", nepamatojot, ka vajadzīgo konfigurāciju var iegūt – līdz 7 punktiem.

**11.4.** Par speciālgadījumiem – līdz 2 punktiem.

**11.5.** Par vienādojumu sistēmas sastādīšanu, ja nav būtiskas pavirzīšanās risinājumā – līdz 2 punktiem.

---

**12.1.** Par 2 vienādību gadījumu – 5 punkti.

**12.2.** Par katru daļu – 5 punkti.

**12.3.** Par atbildi bez pierādījuma, ka tā ir vienīgā – 2 punkti.

**12.4.** Par nepilnīgu pierādījumu – līdz 7 punktiem.

**12.5.** Par katru daļu – 5 punkti.

*Labu veiksmi Jums un Jūsu skolēniem!*

A.Liepas NMS