PĀRBAUDES DARBS

1. Cik cilvēkiem jābūt telpā, lai noteikti atrastos divi, kam dzimšanas diena ir vienā datumā?

Telpā ir iespējams sapulcināt 366 cilvēkus, kas ir dzimuši katrs savā datumā. Tāpēc, lai diviem cilvēkiem telpā noteikti būtu dzimšanas diena vienā datumā telpā jābūt vismaz 367 cilvēkiem.

2. Kastē ir 6 detaļas, no kurām četras ir nokrāsotas. Uz labu laimi tiek paņemtas 3 detaļas. Noteikt varbūtību, ka

a) visas detaļas ir nokrāsotas;
b) vismaz viena detaļa ir nokrāsota.

a) A- notikums, ka visas izvilktās detaļas nokrāsotas.
Notikuma A labvēlīgie iznākumi - izvilkt no kastes trīs nokrāsotas detaļas:

$$C_4^3 = \frac{4!}{3!\cdot 1!} = 4$$

Visi iespējamie iznākumi:

$$C_6^3 = \frac{6!}{3!\cdot 3!} = 20$$

Tāpēc

$$P(A) = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$$

b) B- notikums izvilkt visas trīs detaļas nokrāsotas.
Nevar izņemt trīs bumbiņas tā, lai neviena no tām nebūtu nokrāsota, tāpēc B ir pilnīgi drošs notikums un

$$P(B) = 1.$$

3. Dots, ka a, b un c ir pozitīvi skaitļi. Pierādīt, ka

$$(1+ab)(1+ac)(1+bc) \geq 8abc.$$

No $AM - GM$ nevienādības izriet, ka

$$\frac{1+ab}{2} \geq \sqrt{1\cdot ab}$$
$$\frac{1+ac}{2} \geq \sqrt{1\cdot ac}$$
$$\frac{1+bc}{2} \geq \sqrt{1\cdot bc}$$

Sareizinot šīs izteiksmes iegūst, ka

$$\frac{(1+ab)(1+ac)(1+bc)}{8} \geq \sqrt{a^2b^2c^2}$$

jeb

$$(1+ab)(1+ac)(1+bc) \geq 8abc$$

kas bija jāpierāda.

4. Pierādi, ka $2x^7 + x^2 + 1 - 4x^4 \geq 0$, ja x ir pozitīvs skaitlis!

Iegūto izteiksmi ekvivalenti pārveidojot, iegūst

$$\mathbf{2x^7 + x^2 + 1 \geq 4x^4}$$

$$\mathbf{x^7 + x^7 + x^2 + 1 \geq 4x^4}$$

$$\mathbf{\frac{x^7 + x^7 + x^2 + 1}{4} \geq \sqrt[4]{x^7 \cdot x^7 \cdot x^2 \cdot 1} = \sqrt[4]{x^{16}} = x^4}$$

No $AM - GM$ nevienādības izriet, ka pēdējā izteiksme ir patiesa. Tā kā tika veikti ekvivalenti pārveidojumi, tad arī sākotnējā nevienādība ir patiesa.