

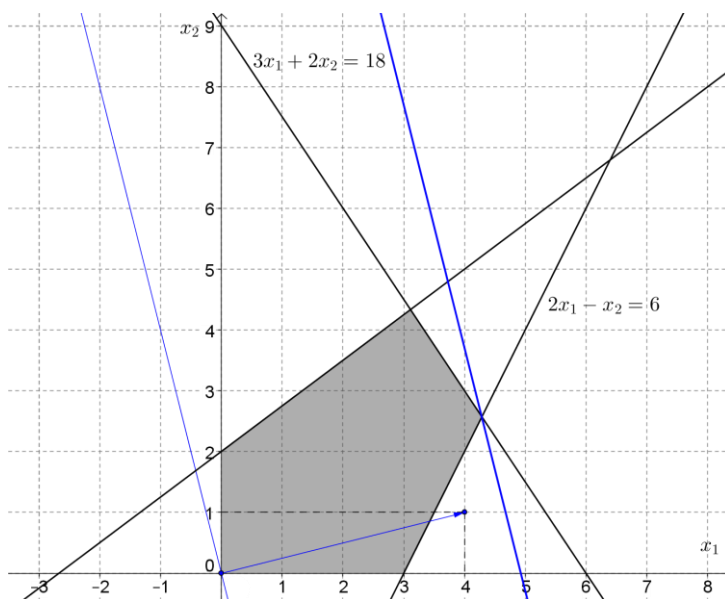
PĀRBAUDES DARBS

1. Atrisināt grafiski lineārās programmēšanas uzdevumu

$$f = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Risināšanai izmantot pieļaujamo punktu kopas attēlu.



- 1) Uzzīmē vektoru $(4; 1)$, jo $f = 4x_1 + x_2$
- 2) Velk taisni caur punktu $(0; 0)$ perpendikulāru vektoram.
- 3) Paralēli pārnēs šo taisni pēc iespējas tālu tā, lai tai būtu vismaz viens kopīgs punkts ar plāna (pieļaujamo punktu) kopu.

- 4) Kā redzams, tas ir taisņu $2x_1 - x_2 = 6$ un $3x_1 + 2x_2 = 18$ krustpunkts.

- 5) Atrisinot vienādojumu sistēmu

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 = 6 \\ 3x_1 + 2x_2 = 18 \end{cases}$$

iegūst, ka $x_1^* = \frac{30}{7}$ un $x_2^* = \frac{18}{7}$

(Šajā punktā funkcija sasniegs savu maksimālo vērtību

$$f = 4x_1^* + x_2^* = \frac{138}{7})$$

2. Izmantojot iepriekšējā uzdevumā doto attēlu, atrisināt integrās programmēšanas uzdevumu (Z – veselo skaitļu kopa)

$$f = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 18 \\ -3x_1 + 4x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0 \\ x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \end{cases}$$

Šajā gadījumā derēs tikai punkti, kuru abas koordinātas ir veseli skaitļi. Attēlā redzams, ka tas būs punkts $(4; 3)$, jo paralēli pārnēsot taisni, tas ir tālākais punkts, kura koordinātas ir veseli skaitļi.

3. Vai skaitļi a un b ir kongruenti pēc moduļa 5?

1) $a = 2013$, $b = 353535353$;

Atbilde: Jā

Pamatojums: $a \equiv 3 \pmod{5}$, $b \equiv 3 \pmod{5}$, tātad $a \equiv b \pmod{5}$

2) $a = 2013$, $b = 35353535$

Atbilde: Nē

Pamatojums: $a \equiv 3 \pmod{5}$, $b \equiv 5 \pmod{5}$, tātad a nav kongruents ar b pēc moduļa 5

4. Vai 1020304050604030201 dalās ar 11? Atbildi pamato!

Dotā skaitļa ciparu summa nepāra pozīcijās ir $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 31$, bet ciparu summa pāra pozīcijās ir 0. Abu summu starpība ir $31 - 0 = 31$, kas nedalās ar 11, tātad arī dots skaitlis nedalās ar 11.

5. Vai var atrast tādu pirmskaitli, kura ciparu summa ir 2013? Atbildi pamato!

Nē, jo skaitlis, kura ciparu summa ir 2013, dalās ar 3 (jo 2013 dalās ar 3), taču vienīgais pirmskaitlis, kurš dalās ar 3, ir pats skaitlis 3. Skaitļa 3 ciparu summa nav 2013, tātad nav tāda pirmskaitļa, kura ciparu summa būtu 2013.

6. 1) Atrodi vienu tādu pirmskaitli p , lai $p^2 + 14$ būtu pirmskaitlis!

Ja $p = 3$, tad $p^2 + 14 = 9 + 14 = 23$ ir pirmskaitlis.

2) Kādus atlikumus var dot p^2 pēc moduļa 3?

Ja $p = 3$, tad $p \equiv 0 \pmod{3}$ un $p^2 \equiv 0 \pmod{3}$.

Ja $p \neq 3$, tad p nedalās ar 3 un $p \equiv \pm 1 \pmod{3}$. Tātad $p^2 \equiv (\pm 1)^2 \equiv 1 \pmod{3}$.

3) Ar ko kongruents $p^2 + 14$ pēc moduļa 3?

Ja $p = 3$, tad $p^2 + 14 = 23 \equiv 2 \pmod{3}$.

Ja $p \neq 3$, tad $p^2 + 14 \equiv 1 + 2 \equiv 0 \pmod{3}$.

4) Izdari secinājumu, vai var atrast **vēl kādu** pirmskaitli p , ka $p^2 + 14$ arī būtu pirmskaitlis!

Secinām: ja $p \neq 3$, tad $p^2 + 14$ dalās ar 3. Tā kā $p^2 + 14 > 3$, tad $p^2 + 14$ nav pirmskaitlis. Līdz ar to nevar atrast vēl citus p , kam $p^2 + 14$ būtu pirmskaitlis. Tātad vienīgā iespējamā vērtība, lai arī $p^2 + 14$ ir pirmskaitlis, ir 3; citu p vērtību nav.