

## MĀJAS DARBA ATRISINĀJUMI

### 1. uzdevums

Atrisināt grupu darba 8. uzdevumu!

<b>8</b>	Kādus naturālos skaitļus var ievietot $x$ un $y$ vietā, lai iegūtu patiesu vienādību $(x-2) \cdot (y-2) = 4$ ?
----------	--

### Atrisinājums

Ievērojam, ka skaitli 4 kā divu veselu skaitļu reizinājumu var izteikt sešos veidos (ņemot vērā reizinātāju secību):  $1 \cdot 4$ ,  $-1 \cdot (-4)$ ,  $4 \cdot 1$ ,  $-4 \cdot (-1)$ ,  $2 \cdot 2$  un  $-2 \cdot (-2)$ .

Katrā gadījumā aprēķinām  $x$  un  $y$  vērtības:

$$\begin{array}{ll}
 1) \begin{cases} x-2=1 \\ y-2=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=6 \end{cases}; & 2) \begin{cases} x-2=-1 \\ y-2=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-2 \end{cases} \text{ (neder);} \\
 3) \begin{cases} x-2=4 \\ y-2=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}; & 4) \begin{cases} x-2=-4 \\ y-2=-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=1 \end{cases} \text{ (neder);} \\
 5) \begin{cases} x-2=2 \\ y-2=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}. & 6) \begin{cases} x-2=-2 \\ y-2=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases} \text{ (neder).}
 \end{array}$$

Atbilde.  $\begin{cases} x=3 \\ y=6 \end{cases}$ ,  $\begin{cases} x=6 \\ y=3 \end{cases}$  vai  $\begin{cases} x=4 \\ y=4 \end{cases}$ .

### 2. uzdevums

Vidējais aritmētiskais 10 dažādiem naturāliem skaitļiem ir 10. Kāda ir lielākā iespējamā vērtība lielākajam no šiem skaitļiem?

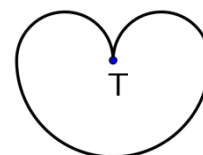
### Atrisinājums

Visu doto naturālo skaitļu summa ir  $10 \cdot 10 = 100$ . Lielākais skaitlis sasniegs savu maksimālo vērtību, ja pārējie 9 naturālie skaitļi būs mazākie iespējamie. Deviņi mazākie naturālie skaitļi ir 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Līdz ar to desmitais naturālais skaitlis ir  $100 - 1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9 = 55$ . Tātad lielākā iespējamā vērtība lielākajam no dotajiem skaitļiem ir 55.

### 3. uzdevums

Zīmējumā attēlotā figūra ir izveidota no trīs pusapļiem, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Diviem no šiem pusapļiem rādiuss ir 1 cm un abi šie pusapļi saskaras punktā  $T$ . Trešajam pusapļim rādiuss ir 2 cm.

Vai noteikti katra taisne, kas vilkta caur punktu  $T$ , sadala dotās figūras perimetru divās vienādās daļās?

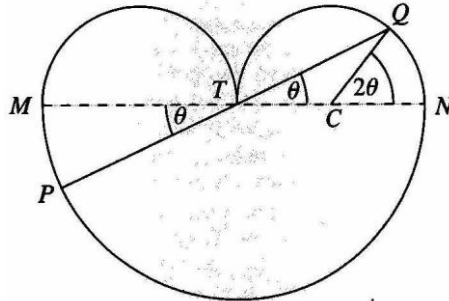


### Atrisinājums

Risinājumā izmantosim riņķa līnijas garuma aprēķināšanas formulu  $C = 2\pi R$  un riņķa līnijas loka

garuma aprēķināšanas formulu  $l = \frac{2\pi R\alpha}{360^\circ}$ .

Pieņemsim, ka caur punktu  $T$  novilkta patvaļīga taisne  $PQ$  (skat. zīm.).



Divu mazāko pusriņķa līniju perimetrs ir  $2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 1 = 2\pi$ , lielākās pusriņķa līnijas garums ir

$\frac{1}{2} \cdot 2\pi \cdot 2 = 2\pi$ . Lai pierādītu uzdevumā prasīto, pietiek pierādīt, ka  $\cup MP = \cup QN$ .

Apzīmējam  $\angle MTP = \theta$ . Tad  $\cup MP = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot \theta}{360^\circ} = \frac{\theta\pi}{90}$ . Ievērojam, ka  $\angle QTC = \angle MTP = \theta$  kā

krustleņķi un  $\angle QCN = 2\angle QTC = 2\theta$  kā centra un ievilktais leņķis. Tad  $\cup QN = \frac{2\pi \cdot 2 \cdot 2\theta}{360^\circ} = \frac{\theta\pi}{90}$ .

Esam ieguvuši, ka  $\cup MP = \cup QN$ .

Tātad katra taisne, kas vilkta caur punktu  $T$ , sadala dotās figūras perimetru divās vienādās daļās.

### 4. uzdevums

Izmantojot RSA algoritmu, kur atslēgas ģenerēšanai tiek izmantoti pirmskaitļi  $p = 43$ ,  $q = 53$ , kā arī skaitlis  $e = 5$ , aizšifrēt tekstu „IR”.

### Atrisinājums

Atslēgas ģenerēšana:

- Pirmskaitļi  $p = 43$  un  $q = 53$  ir doti, aprēķinām  $n = 43 \cdot 53 = 2279$ .
- Aprēķinām  $\varphi(n) = (43 - 1)(53 - 1) = 42 \cdot 52 = 2184$ .
- Ir jau dots, ka  $e = 5$ .
- Aprēķinām  $d = e^{-1} \pmod{2184} = 437$ .
- Tātad publiskā atslēga ir  $(2279, 5)$ , bet slepenā – 437.

Aizšifrēšana:

- Izteiksim „IR” kā skaitli:  $13 \cdot 34^0 + 25 \cdot 34^1 = 13 + 850 = 863$ ,
- Aprēķinām kriptotekstu  $c = 863^5 \pmod{2279} = 415$ , kas arī ir atbilde.

Vēl var pārbaudīt, ka  $415^{437} \pmod{2279} = 863$ , t.i., aizšifrēts ir pareizi.

### 5. uzdevums

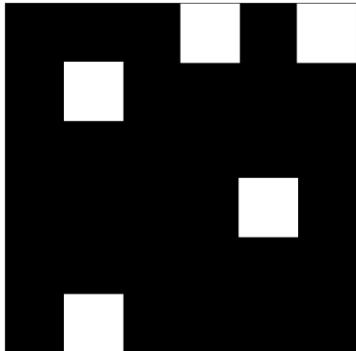
Atminēt ziņojumu un uzzīmēt attiecīgo „Kardano sietu”, ja dots

a)  $4 \times 4$  kvadrāts ar kriptotekstu

G	I	Ņ	R
A	A	Ī	N
K	A	A	D
S	Z	V	R

b)  $6 \times 6$  kvadrāts ar kriptotekstu un „sietu”, kurā izgriezti jau 5 lodziņi

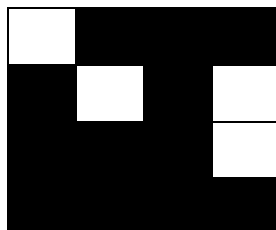
.	E	O	S	S	M
T	U	B	A	S	L
I	G	A	A	F	D
B	D	I	I	Z	Ā
E	S	K	A	O	.
S	M	.	A	.	J



### Atrisinājums

Pamatteksts (ieliekot atstarpes) un attiecīgais „Kardano siets”:

a) „GANDRĪZ VAKARIŅAS”



b) „ESMU FIZMATS LABĀKAJOS GADOS ... BAIDIES.”

