PĀRBAUDES DARBS

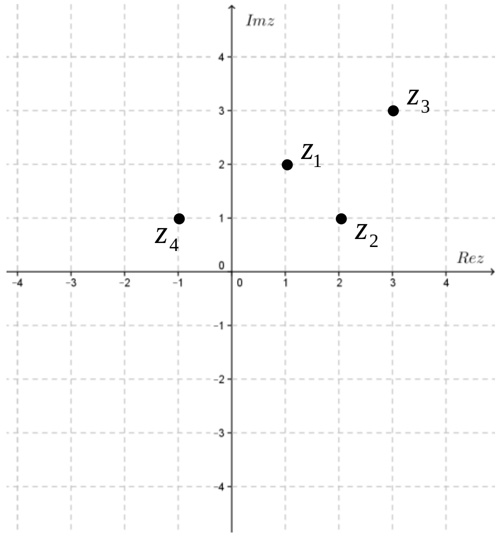
1. uzdevums

Doti kompleksie skaitļi $z_1 = 1 + 2i$ un $z_2 = 2 + i$.
Aprēķināt:

$z_3 = z_1 + z_2 = 3 + 3i$

$z_4 = z_1 - z_2 = -1 + i$

Plaknē attēlot kompleksos skaitļus z_1, z_2, z_3 un z_4.



2. uzdevums

Dots kompleksais skaitlis $z = 2 + 2i$.

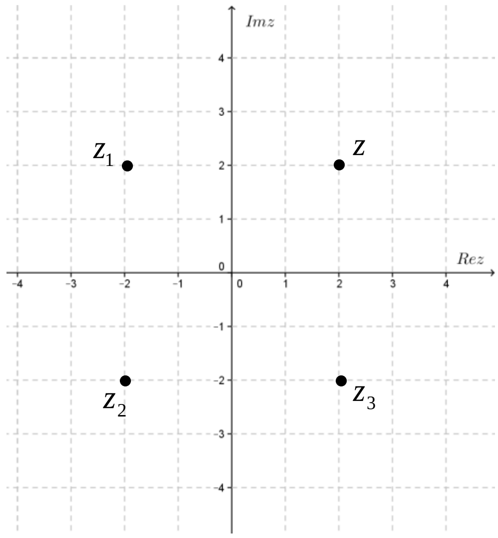
Aprēķināt:

$z_1 = z \cdot i = 2i + 2i^2 = 2i - 2$

$z_2 = z \cdot i^2 = (2 + 2i) \cdot (-1) = -2 - 2i$

$z_3 = z \cdot i^3 = (2 + 2i) \cdot (-i) = -2i - 2i^2 = -2i + 2$

Plaknē attēlot kompleksos skaitļus z, z_1, z_2 un z_3.



3. uzdevums Izdalīt dotos kompleksos skaitļus!

$$\frac{1+2i}{1+3i} = \frac{(1+2i)(1-3i)}{(1+3i)(1-3i)} = \frac{1-3i+2i-6i^2}{1-9i^2} = \frac{1-i+6}{1+9} = \frac{7-i}{10}$$

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1-2i+i^2}{1-i^2} = \frac{1-2i-1}{1+1} = \frac{-2i}{2} = -i$$

4. uzdevums

a) Atrast vienādojuma $x^2+4=0$ abas saknes.

$$x^2=-4$$
$$x=\pm\sqrt{-4}$$
$$x=\pm\sqrt{4i^2}$$
$$x=\pm 2i$$

b) Atrast vienādojuma $x^3-1=0$ visas trīs saknes.

$$(x-1)(x^2+x+1)=0$$

$x-1=0$ vai $x^2+x+1=0$

$x=1$ $\quad D=1-4=-3$

$$x_{1,2}=\frac{-1\pm\sqrt{-3}}{2}=\frac{-1\pm\sqrt{3i^2}}{2}=\frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}$$

5. uzdevums

Pierādīt nevienādību visiem reāliem skaitļiem *a* un *b*!

a) $2a^2+b^2-2ab+4a+4\geq 0$

$$a^2-2ab+b^2+a^2+4a+4\geq 0$$

$$(a-b)^2+(a+2)^2\geq 0$$

Iegūtā nevienādība ir patiesa, jo reālu skaitļu kvadrātu summa ir nenegatīva.
Tā kā tika veikti ekvivalenti pārveidojumi, tad arī sākotnējā nevienādība ir patiesa.

b) $4a^2+4b^2+\frac{1}{8}\geq a+b$

$$4a^2-a+\frac{1}{16}+4b^2-b+\frac{1}{16}\geq 0$$

$$\left(2a-\frac{1}{4}\right)^2+\left(2b-\frac{1}{4}\right)^2\geq 0$$

Iegūtā nevienādība ir patiesa, jo reālu skaitļu kvadrātu summa ir nenegatīva.
Tā kā tika veikti ekvivalenti pārveidojumi, tad arī sākotnējā nevienādība ir patiesa.