

**1994./95.m.g. “Profesora Ciparina klubs” (1. – 72.)**

Uzdevumi un atrisinājumi pārpublicēti no grāmatas:

Andžāns Agnis, Broka Elvīra, Cauka Anita, Blūma Laine, Jēkabsone Ilze,  
Lomanovska Kristīne, Ramāna Līga „Matemātikas sacensības 5.-9.klasēm;  
1994./95.m.g., ”

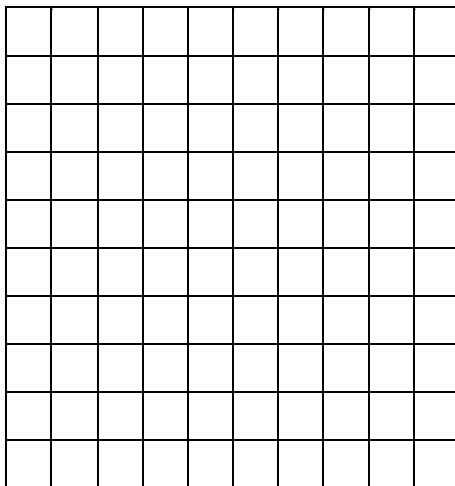
uzdevumu numerāciju veicot no sākuma, bet saglabājot grāmatas zīmējumu  
numerāciju.

Šis materiāls satur visu nodarbību uzdevumus līdz ar atrisinājumiem, kā arī šo  
pašu uzdevumu ievaduzdevumus (kas varētu ievirzīt uz pareizā risināšanas  
ceļa) un ievaduzdevumu atrisinājumus.

**1. nodarbība (1. – 12.)****A grupa (1. – 16.)**

**1. uzdevums.** Zaļmežu ciemā ierodas firmas “Raujungrāb” pārstāvis un uzsāk sarunas par koku pirkšanu. Ciema iedzīvotāji noskaņoti nelabvēlīgi. Tad firmas pārstāvis paziņo: “Jūsu mežā 99% koku ir priedes. Neko citu kā priedes mēs necirtīsim, un pēc ciršanas priežu jūsu mežā paliks 98%”. Iedzīvotāji sāk domāt. Kādu daļu no meža firma gatavojas izcirst?

**2.\* uzdevums.** Kvadrātveida tabula sastāv no  $10 \times 10$  vienādām kvadrātiskām rūtiņām (skat. 23. zīm.). Vai var katrā rūtiņā ierakstīt pa skaitlim tā, lai katrā rindiņā ierakstīto skaitļu summa būtu pozitīva, bet katrā kolonnā ierakstīto skaitļu summa būtu negatīva?

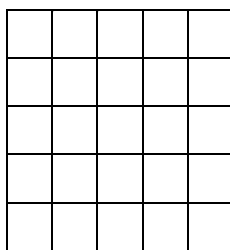


23. zīm.

**3.\* uzdevums.** Parādiet, kā naturālus skaitļus no 1 līdz 10 var izrakstīt pa apli (katru vienu reizi) tā, lai katri divi blakus uzrakstītie skaitļi atšķirtos vismaz par 4! (Pietiek parādīt vienu veidu, kā to izdarīt.)

**4. uzdevums.** Sešciparu skaitlī pirmais, trešais un piektais cipars savā starpā ir vienādi, otrais, ceturtais un sestais – arī. Pierādiet, ka šis skaitlis dalās ar 13!

**5.\* uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $5 \times 5$  vienādām rūtiņām (skat. 24. zīm.). Parādiet, ka tajā var iekrāsot 13 rūtiņas tā, lai katrā kvadrātā, kas sastāv no  $2 \times 2$  rūtiņām, krāsotas būtu tieši divas! (Pietiek parādīt vienu veidu, kā to izdarīt.)



24. zīm.

**6.\* uzdevums.** Dotas četras pēc ārējā izskata vienādas monētas. Trīs no tām ir ar vienādām masām, bet ceturtais monētas masa atšķiras. Doti arī sviras svāri bez atsvariem. Kā, izmantojot tikai divas svēršanas, atrast atšķirīgo monētu? (No sākuma nav zināms, vai tā ir smagāka vai vieglāka par pārējām.)

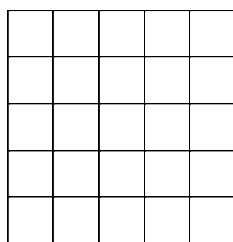
**B grupa (7. – 12.)**

**7.\* uzdevums.** Kvadrāts sastāv no

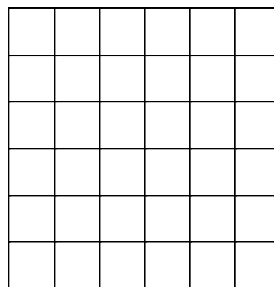
a)  $5 \times 5$  (skat. 25. a) zīm.),

b)  $6 \times 6$  rūtiņām (skat. 25. b) zīm.).

Vai tajās var ierakstīt pa skaitlim tā, lai katrā kolonnā ierakstīto skaitļu reizinājums būtu pozitīvs, bet katrā rindiņā ierakstīto skaitļu reizinājums - negatīvs?



a)



b)

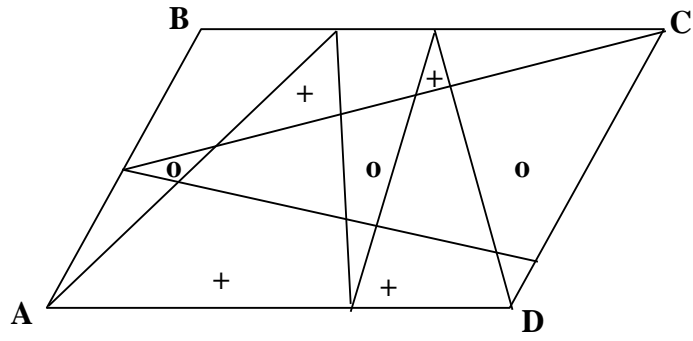
25. zīm.

**8. uzdevums.** Klasē mācās 12 zēni un 10 meitenes. Katrs zēns draudzējas ar vismaz 5 meitenēm, neviena meitene nedraudzējas ar vairāk nekā 6 zēniem. Ar cik meitenēm draudzējas klases garākais zēns?

**9.\* uzdevums.** Vai naturālos skaitļus no 1 līdz 10 var izrakstīt pa apli (katru vienu reizi) tā, lai katri divi blakus uzrakstītie skaitļi atšķirtos vismaz par 5?

**10. uzdevums.** Zināms, ka skaitļi  $a$ ;  $b$ ;  $a+b$ ;  $a-b$  visi ir pirmskaitļi. Atrast  $a$  un  $b$ .

**11. uzdevums.** Četrstūris ABCD ir paralelograms (skat. 26. zīm.); visas zīmējumā redzamās līnijas ir taisnas. Pierādīt, ka ar krustiņiem atzīmēto daļu laukumu summa ir lielāka nekā ar aplīšiem atzīmēto daļu laukumu summa.



26. zīm.

**12.\* uzdevums.** Dots 1001 pēc ārējā izskata vienādas monētas; 1000 no tām ir ar vienādu masu, bet vienas monētas masa ir citāda. Kā ar divām svēršanām uzzināt, vai atšķirīgā monēta ir smagāka vai vieglāka par pārējām?

Vai to var uzzināt ar vienu svēršanu?

**2. nodarbība (13. – 24.)****A grupa (13. – 18.)**

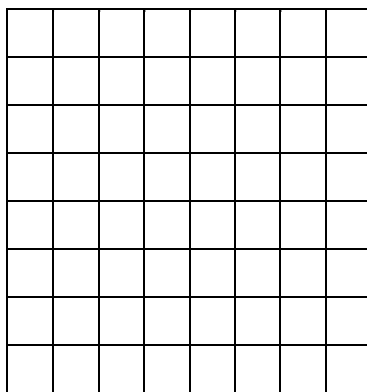
**13. uzdevums.** Jānītim pašreiz ir divreiz vairāk gadu nekā Pēterītim. Pēc kāda laika viņam būs trīsreiz vairāk gadu nekā Pēterītim. Cik gadu Jānītim? (Visus vecumus aprēķina, skaitot tikai pilnus dzīves gadus.)

**14. uzdevums.** Uzrakstiet rindā 6 dažādus ciparus tā, lai katru triju pēc kārtas uzrakstīto ciparu summa dalītos ar 5! (Pietiek parādīt vienu veidu, kā to izdarīt.)

**15. uzdevums.** Karnevāla zāli apgaismo 6 prožektori. Vai tos var visus pa pāriem savienot ar lentām tā, lai pavisam būtu 5 dažādu krāsu lentas un katram prožektoram būtu pievienotas tieši 5 lentas – pa vienai katrā krāsā?

**16. uzdevums.** Vai attālumi no kāda punkta līdz četrām viena kvadrāta virsotnēm var būt 100, 101, 103 un 105?

**17. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $8 \times 8$  rūtiņām (skat. 27. zīm.). Katrā tā rūtiņā var atrasties augstākais viena figūriņa. Zināms, ka visās kolonnās ir dažāds figūriņu daudzums un visās rindās – arī dažāds figūriņu daudzums. Cik pavisam figūriņu var būt kvadrātā? Uzrādiet visas iespējas un pamatojiet, kāpēc citu bez jūsu uzrādītajām nav!



27. zīm.

**18. uzdevums.** Uz riņķa līnijas atzīmēti 28 punkti. Vai var katru no tiem apzīmēt ar vienu no burtiem A; B; C; D; E; F; G; H, lai visi 28 blakus esošo burtu pāri būtu dažādi? (Vienādus burtus blakus rakstīt nedrīkst; divi pāri, kas atšķiras tikai ar burtu kārtību, skaitās vienādi.)

**B grupa (19. – 24.)**

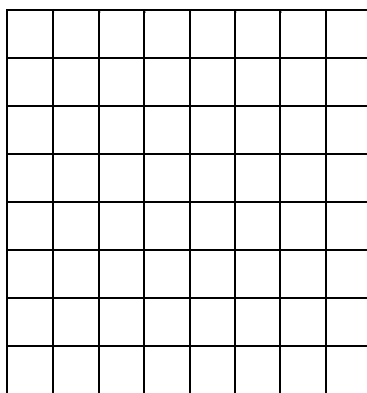
**19. uzdevums.** Kādu skaitļu no 1 līdz 1994 ieskaitot ir vairāk: tādu, kas dalās ar 6 un nedalās ar 7, vai tādu, kas dalās ar 7 un nedalās ar 6?

**20.\* uzdevums.** Vai rindā var uzrakstīt 7 dažādus ciparus tā, lai katru trīs pēc kārtas uzrakstīto ciparu summa dalītos ar 5!

**21. uzdevums.** Karnevāla zāli apgaismo 7 prožektori. Vai tos var visus pa pāriem savienot ar lentām tā, lai pavisam būtu 6 dažādu krāsu lentas un katram prožektoram būtu pievienotas tieši 6 lentas – pa vienai katrā krāsā?

**22. uzdevums.** Taisnstūra iekšpusē ņemts patvaļīgs punkts. Pierādiet, ka eksistē trijstūris, kura malu garumi vienādi ar šī punkta attālumiem līdz trim taisnstūra virsotnēm!

**23. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $8 \times 8$  rūtiņām (skat. 28. zīm.). Tas sagriezts 13 taisnstūros; griezumi izdarīti tikai pa rūtiņu līnijām. Pierādīt, ka starp šiem taisnstūriem ir divi vienādi.



**28. zīm.**

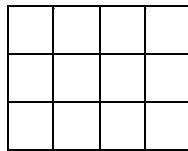
**24.\* uzdevums.** Doti sviras sviri un 6 atsvari, uz kuriem uzrakstīts atbilstoši 1 g, 3 g, 4 g, 5 g, 7 g, 14 g. Zināms, ka tieši viena atsvara masa neatbilst uzrakstam uz tā. Kā ar trijām svēršanām atrast šo atsvaru? (Citu atsvaru bez pieciem minētajiem mūsu rīcībā nav.)

**3. nodarbība (25. – 36.)****A grupa (25. – 30.)**

**25. uzdevums.** Vai divu pēc kārtas ņemtu naturālu skaitļu reizinājums var būt 19941995?

**26. uzdevums.** Kvadrāta perimetru palielināja par 20%. Pēc tam iegūtajam kvadrātam laukumu pamazināja par 30%. Kurai figūrai laukums lielāks: sākotnējai vai beigās iegūtajai?

**27. uzdevums.** Taisnstūra izmēri ir  $3 \times 4$  (skat. 29. zīm.). Tajā atrodas 7 punkti. Pierādīt, ka no šiem punktiem var izvēlēties divus tā, lai to attālums vienam no otra nepārsniegtu 3.



29. zīm.

**28. uzdevums.** Dots, ka  $x$  un  $y$  ir veseli skaitļi un lielums  $A=21x+49y$  ir pozitīvs. Kāda ir mazākā iespējamā lieluma  $A$  vērtība?

**29.\* uzdevums.** Vai kvadrātu var sagriezt 1994 mazākos kvadrātos?

**30. uzdevums.** Autobusā brauc 8 pasažieri. Vai var gadīties, ka starp tiem nav ne trīs tādu, kas pa pāriem ir pazīstami, ne arī četru tādu, kas pa pāriem ir nepazīstami?

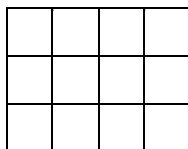
**B grupa (31. – 36.)**

**31. uzdevums.** Vai skaitlis 1004041 ir pirmskaitlis vai salikts skaitlis?

**32.\* uzdevums.** Dots  $17^\circ$  liels leņķis. Kā ar cirkuļa un lineāla palīdzību sadalīt to 17 vienādās daļās?



**33. uzdevums.** Taisnstūra izmēri ir  $3 \times 4$  (skat. 30. zīm.). Tajā atrodas 6 punkti. Pierādīt, ka no šiem punktiem var izvēlēties divus tā, lai to attālums vienam no otra nepārsniegtu  $\sqrt{5}$ .



30. zīm.

**34. uzdevums.** Uz katras no vairākām kartītēm uzrakstīts pa naturālam skaitlim (starp tiem var būt arī vienādi). Katru piecu skaitļu summa ir mazāka par 11; visu skaitļu summa ir 32. Kāds mazākais iespējamais kartīšu daudzums ir izmantots?

**35. uzdevums.** Vai var uzzīmēt 4 vienādus sešstūrus tā, lai nekādiem diviem no tiem nebūtu kopīgu iekšēju punktu un katrs sešstūris ar katru citu saskartos pa vismaz vienu nogriezni? (Punktu par nogriezni neuzskata.)

**36. uzdevums.** Autobusā brauc

a) 10 pasažieri,

b) 9 pasažieri.

Vai var gadīties, ka starp tiem nav ne trīs tādu, kas pa pāriem ir pazīstami, ne arī četru tādu, kas pa pāriem ir nepazīstami?

**4. nodarbība (37. – 48.)****A grupa (37. – 42.)**

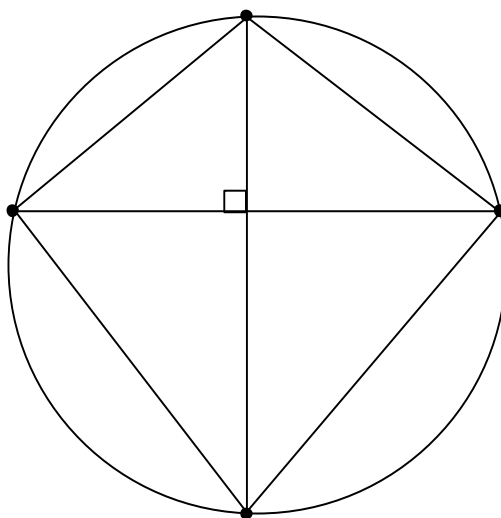
**37. uzdevums.** Atrast visu īstu pozitīvu daļskaitļu summu, kuru saucēji nepārsniedz 12.

**38. uzdevums.** Parādiet, kā taisnstūri var sadalīt 18 mazākos taisnstūros tā, lai katra horizontālā taisne krustotu tieši 5 mazos taisnstūrus, bet katra vertikālā taisne - tieši 6 mazos taisnstūrus! (Apskatām tikai taisnes, kas nesatur mazo taisnstūru malas. Pietiek uzrādīt vienu piemēru.)

**39. uzdevums.** No cipariem 1; 1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; 4; 4; 4; 5 izveidoti divi 13 ciparu skaitļi (katrā no tiem izmantoti visi 13 dotie cipari). Vai var būt, ka viens no šiem skaitļiem ir tieši 3 reizes lielāks par otru?

**40. uzdevums.** Atrodiet četrus skaitļus tā, lai katru divu skaitļu starpība būtu vienāda ar šo divu skaitļu lielāko kopīgo dalītāju! (Pietiek uzrādīt vienu piemēru.)

**41. uzdevums.** Četrstūra virsotnes atrodas uz riņķa līnijas, un tā diagonāles ir savstarpēji perpendikulāras (skat. 31. zīm.). Pierādiet, ka malu viduspunkti un to perpendikulu pamati, kas no malu viduspunktiem vilkti pret pretējām malām, atrodas uz vienas riņķa līnijas!



31. zīm.

**42. uzdevums.** Vai 32. zīmējumā parādītajā tabulā var izsvītrot dažas rindiņas tā, lai neizsvītrotu skaitļu summa būtu pirmskaitlis?

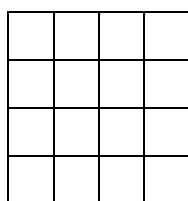
4	6	8	10	12	14	16	18
6	9	12	15	18	21	24	27
8	12	16	20	24	28	32	36
10	15	20	25	30	35	40	45
12	18	24	30	36	42	48	54
14	21	28	35	42	49	56	63
16	24	32	40	48	56	64	72
18	27	36	45	54	63	72	81

32. zīm.

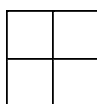
**B grupa (43. – 48.)**

**43. uzdevums.** Autobusā katram pasažierim ir tieši 7 paziņas, un katriem 7 pasažierim var atrast cilvēku, kas tos pazīst. Cik pasažieru brauc autobusā?

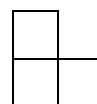
**44. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $4 \times 4$  rūtiņām (skat. 33. a) zīm.). Vai var katrā rūtiņā ierakstīt pa skaitlim tā, lai katrā  $2 \times 2$  rūtiņu kvadrātā (skat. 33. b) zīm.) skaitļu summa būtu pozitīva, bet katrā “stūrītī” (skat. 33. c) zīm.) – negatīva?



a)



b)



c)

33. zīm.

**45.\* uzdevums.** Ballē piedalās 10 zēni un 10 meitenes. Katru deju deju visi. Vai var gadīties, ka vienlaikus izpildās šādas divas prasības:

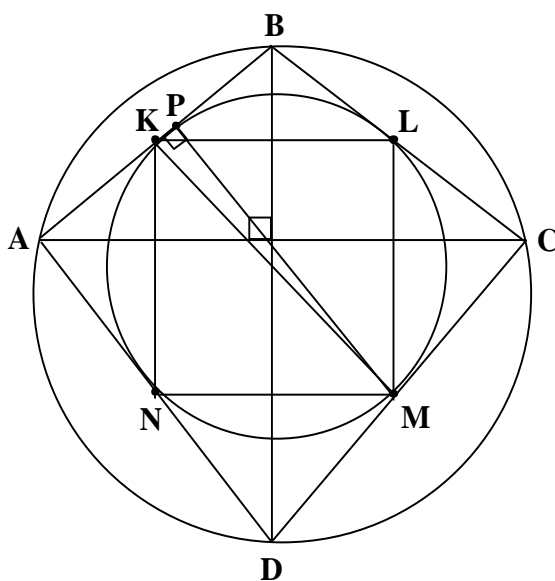
a) katru nākošo deju katra meitene deju ar zēnu, kas ir vai nu gudrāks, vai izskatīgāks par viņas iepriekšējo partneri;

b) katru nākošo deju vismaz puse meiteņu deju ar zēniem, kas ir gan gudrāki, gan izskatīgāki par iepriekšējās dejas partneriem?

Deju skaits ir neierobežots (vismaz 20).

**46.\* uzdevums.** Atrast tādus astoņus skaitļus, lai katru divu skaitļu starpība būtu vienāda ar šo divu skaitļu lielāko kopīgo dalītāju.

**47. uzdevums.** Četrstūra virsotnes atrodas uz riņķa līnijas, un tā diagonāles ir savstarpēji perpendikulāras. Malu viduspunkti un to perpendikulu pamati, kas no malu viduspunktiem vilkti pret pretējām malām, atrodas uz vienas riņķa līnijas (skat. 34. zīm.). Pierādīt, ka jaunās riņķa līnijas centrs atrodas tieši vidū starp sākotnējās riņķa līnijas centru un četrstūra diagonāļu krustpunktu.



34. zīm.

**48. uzdevums.** Kādā mājā dzīvo 20 bērni. Katriem diviem no tiem ir kopīgs vectēvs. Pierādīt, ka var atrast 14 bērnus, kuriem ir kopīgs vectēvs.

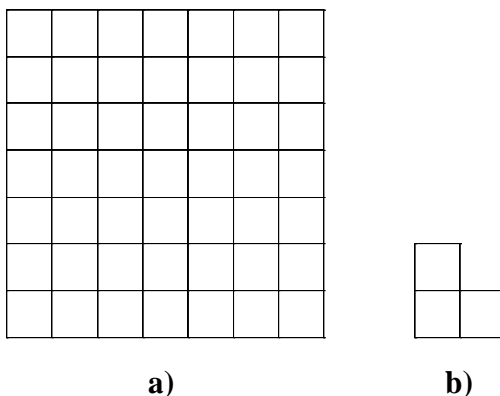
**5. nodarbība (49. – 60.)****A grupa (49. – 54.)**

**49. uzdevums.** Vai starp naturāliem skaitļiem no 1 līdz 100 ieskaitot var izvēlēties tādus 50, lai neviens no izvēlētajiem skaitļiem nedalītos ne ar vienu citu izvēlēto?

**50.\* uzdevums.** Aprēķināt to trīsciparu skaitļu summu, kas sastāv tikai no cipariem 1; 2; 3; 4; 5 (katrā skaitlī visi cipari dažādi).

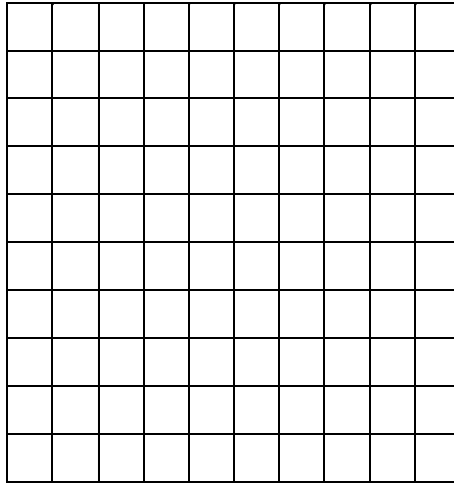
**51. uzdevums.** Cik no skaitļiem  $(a-b) \cdot (a-c)$ ,  $(b-a) \cdot (b-c)$ ,  $(c-a) \cdot (c-b)$  var vienlaicīgi būt pozitīvi?

**52.\* uzdevums.** Vai kvadrātu, kas sastāv no  $7 \times 7$  rūtiņām (skat. 35. a) zīm.) un no kura izgriezta viena stūra rūtiņa, var sagriezt no trim rūtiņām sastāvošos “stūrīšos” (skat. 35. b) zīm.)?



**35. zīm.**

**53. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $10 \times 10$  rūtiņām (skat. 36. zīm.). Katrā rūtiņā jāieraksta pa burtam tā, lai rūtiņas ar vienādiem burtiem nesaskartos ne malām, ne ar stūriem. Kāds ir mazākais iespējamais dažādu burtu skaits?



36. zīm.

**54.\* uzdevums.** Sareizina visus naturālos skaitļus no 1 līdz 1995 ieskaitot. Vai reizinājuma pēdējais nenulles cipars ir pāra vai nepāra cipars?

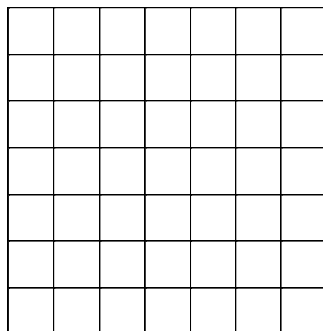
**B grupa (55. – 60.)**

**55. uzdevums.** Vai starp naturāliem skaitļiem no 1 līdz 100 ieskaitot var izvēlēties 51 skaitli, lai neviens no izvēlētajiem skaitļiem nedalītos ne ar vienu citu izvēlēto?

**56. uzdevums.** Vai plaknē var atzīmēt 6 punktus tā, lai katri trīs no tiem būtu vienādsānu trijstūra virsotnes?

**57. uzdevums.** Kvadrāts ar divām taisnēm sagriezts četrās vienāda laukuma daļās. Pierādiet, ka šīs taisnes ir savstarpēji perpendikulāras!

**58.\* uzdevums.** Vai kvadrātu, kas sastāv no  $7 \times 7$  rūtiņām (skat. 37. a) zīm.) un no kura izgriezta jebkura viena rūtiņa, var sagriezt no trim rūtiņām sastāvošos “stūrīšos” (skat. 37. b) zīm.)?



a)



b)

37. zīm.

**59.\* uzdevums.** Cik reižu diennaktī sakrīt visi trīs pulksteņa rādītāji (stundu, minūšu un sekunžu)?

**60.\* uzdevums.** Jurim ir 10 klases biedri. Visiem viņa klases biedriem ir dažāds draugu skaits. Cik draugu ir Jurim? (Visas draudzības apskatām tikai klases ietvaros.)

**6. nodarbība (61. – 72.)****A grupa (61. – 66.)**

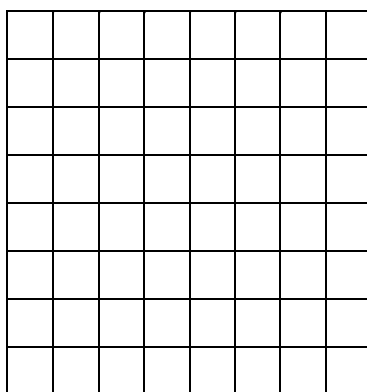
**61.\* uzdevums.** Naturāla skaitļa  $a$  ciparu summa ir  $A$ , bet naturāla skaitļa  $b$  ciparu summa ir  $B$ . Vai var gadīties, ka summas  $a+b$  ciparu summa ir lielāka par  $A+B$ ? Kāpēc?

**62.\* uzdevums.** Kāda cilvēka vecums pilnos gados 1994. gadā bija par 1 lielāks nekā viņa dzimšanas gada ciparu summa. Kurā gadā var būt dzimis šis cilvēks?

**63. uzdevums.** Taisnstūris ar izmēriem  $60 \times 48$  sadalīts kvadrātiņos, kuru izmēri  $1 \times 1$ . Bez tam taisnstūrī novilkta abas diagonāles. Cik gabalos taisnstūris sadalīts?

**64. uzdevums.** Vai var atrast tādus naturālus skaitļus  $a$  un  $b$ , ka  $a^2 + a = b^2$ ?

**65.\* uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $8 \times 8$  rūtiņām (skat. 38. zīm.). Karalis ar vienu gājieni var no rūtiņas, kurā tas atrodas, pāriet vai nu uz tādu rūtiņu, kam ar pašreizējo rūtiņu ir kopīga mala (sauksim tādu gājieni par taisnu), vai arī uz tādu rūtiņu, kam ar pašreizējo rūtiņu ir tikai viens kopīgs stūris (sauksim tādu gājieni par slīpu). Nevienā rūtiņā, kurā karalis jau bijis, viņš nedrīkst atgriezties vēlreiz. Vai karalis var apstaigāt visas rūtiņas tā, lai viņa maršrutā nebūtu ne divu pēc kārtas izdarītu taisnu gājieni, ne divu pēc kārtas izdarītu slīpu gājieni?



38. zīm.

**66.\* uzdevums.** Matemātikas pulciņā ir 12 dalībnieki. Viņi risināja “Profesora Cipariņa Kluba” uzdevumus. Izrādījās, ka katrs dalībnieks atrisinājis tieši 2



uzdevumus un katru uzdevumu atrisinājuši tieši 2 dalībnieki. Pierādīt, ka pulciņa dalībnieki var tā sadalīt uzdevumus savā starpā, ka katrs uzrakstīs tāda viena uzdevuma atrisinājumu, kuru viņš atrisinājis, un visu uzdevumu atrisinājumi tiks uzrakstīti.

**B grupa (67. – 72.)**

**67. uzdevums.** Naturāls skaitlis  $b$  ir astoņas reizes lielāks par naturālu skaitli  $a$ .

a) Vai skaitļa  $a$  ciparu summa var būt 8 reizes lielāka par skaitļa  $b$  ciparu summu?

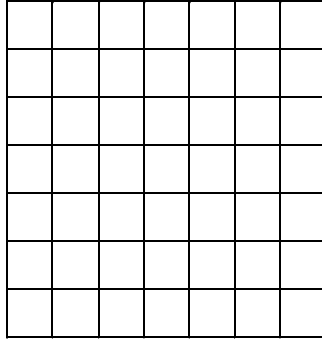
b) Vai skaitļa  $a$  ciparu summa var būt vairāk nekā 8 reizes lielāka par skaitļa  $b$  ciparu summu?

**68. uzdevums.** Vai no cipariem 1; 2; 3; 4; 5; 6, lietojot katru tieši vienu reizi, var izveidot tāda naturāla skaitļa decimālo pierakstu, kas dalās ar 11?

**69. uzdevums.** Pierādīt, ka izliektā daudzstūrī, kuram ir vismaz 4 virsotnes, katru triju leņķu lielumu summa lielāka par jebkura cita leņķa lielumu.

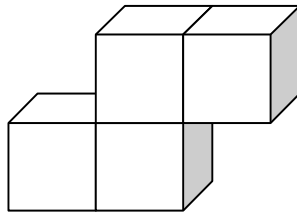
**70. uzdevums.** Kāds vislielākais laukums var būt četrstūrim, kura malu garumi ir 1 cm; 8 cm; 9 cm; 12 cm (var būt citā kārtībā)?

**71.\* uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $7 \times 7$  rūtiņām (skat. 39. zīm.). Karalis ar vienu gājienienu var no rūtiņas, kurā tas atrodas, pāriet vai nu uz tādu rūtiņu, kam ar pašreizējo rūtiņu ir kopīga mala (sauksim tādu gājienienu par taisnu), vai arī uz tādu rūtiņu, kam ar pašreizējo rūtiņu ir tikai viens kopīgs stūris (sauksim tādu gājienienu par slīpu). Nevienā rūtiņā, kurā karalis jau bijis, viņš nedrīkst atgriezties vēlreiz. Vai karalis var apstaigāt visas rūtiņas tā, lai viņa maršrutā nebūtu ne divu pēc kārtas izdarītu taisnu gājienienu, ne divu pēc kārtas izdarītu slīpu gājienienu?



39. zīm.

**72.\* uzdevums.** Figūra CIBA sastāv no 4 vienādiem kubiņiem, kuri salīmēti pa skaldnēm, kā parādīts 40. zīmējumā. Parādiet, kā no vairākām figūrām CIBA var salikt kubu! Vai var salikt kubu, kas sastāv no  $4 \times 4 \times 4$  mazajiem kubiņiem?

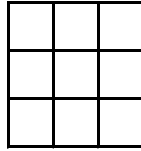


40. zīm.

**„Profesora Ciparina kluba” 1994./95.m.g. uzdevumu  
ievaduzdevumi**

**1. uzdevums.** Sprīdītis mežā salasīja 70 kg sēņu. Ūdens daudzums sēnēs bija 97%. Pēc apžāvēšanas mitruma procents sēnēs pazeminājās līdz 94%. Cik kg svēra sēnes pēc apžāvēšanas?

**2. uzdevums.** Kvadrātveida tabula sastāv no  $3 \times 3$  vienādām kvadrātiskām rūtiņām (skat. 63. zīm.). Vai var katrā rūtiņā ierakstīt pa skaitlim tā, lai katrā rindiņā ierakstīto skaitļu summa būtu +3, bet katrā kolonnā ierakstīto skaitļu summa būtu -3?



63. zīm.

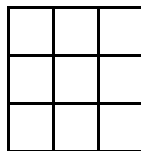
**3. uzdevums.** Parādiet, kā naturālus skaitļus no 1 līdz 7 var izrakstīt pa apli (katru vienu reizi) tā, lai katri divi blakus uzrakstītie skaitļi atšķirtos vismaz par 3!

**4. uzdevums.** Atrast trīs skaitļa 13 dalāmos, kuru pierakstā izmantoti tikai cipari 0 un 1.

**5. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $3 \times 3$  vienādām rūtiņām (skat. 64. zīm.). Parādiet, ka tajā var iekrāsot

- a) 3 rūtiņas;
- b) 4 rūtiņas;
- c) 5 rūtiņas;
- d) 6 rūtiņas

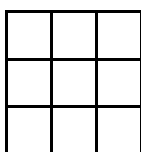
tā, lai katrā kvadrātā, kas sastāv no  $2 \times 2$  rūtiņām, iekrāsotas būtu tieši divas!



64. zīm.

**6. uzdevums.** Dotas trīs pēc ārējā izskata vienādas monētas. Divas no tām ir ar vienādām masām, bet trešās monētas masa atšķiras. Doti arī sviras sviri bez atsvariem. Kā, izmantojot tikai vienu svēršanu, atrast atšķirīgo monētu? (Tā ir vieglāka par pārējām.)

**7. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $3 \times 3$  rūtiņām (skat. 65. zīm.). Vai tajās var ierakstīt pa skaitlim tā, lai katrā kolonnā ierakstīto skaitļu reizinājums būtu pozitīvs, bet katrā rindiņā ierakstīto skaitļu reizinājums - negatīvs?



65. zīm.

**8. uzdevums.** Sniegbaltītes mājiņā dzīvo vairāki rūķīši. Katri divi vai nu draudzējas, vai arī nedraudzējas. Katri divi rūķīši nedraudzējas ar tieši trijiem vieniem un tiem pašiem rūķīšiem. Cik rūķīšu dzīvo Sniegbaltītes mājiņā?

**9. uzdevums. 1.** Vai naturālos skaitļus no 1 līdz 10 var izrakstīt pa apli (katru vienu reizi) tā, lai katru divu blakus uzrakstīto skaitļu starpība nepārsniegtu 2?

**2.** Pa apli uzrakstīti naturāli skaitļi no 3 līdz 13 (katrs vienu reizi). Vai var gadīties, ka nekādi divi blakus uzrakstīti skaitļi neatšķiras mazāk kā par 3 un vairāk kā par 5?

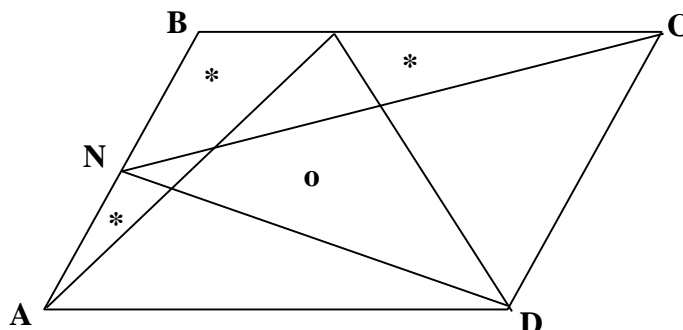
**10. uzdevums.** Atrast  $a$  un  $b$ , ja zināms, ka skaitļi

a)  $a, b, a+b$ ;

b)  $a, b, a-b$ ;

visi ir pirmskaitļi.

**11. uzdevums.** Četrstūris ABCD ir paralelograms (skat. 66. zīm.); tajā ievilkta trijstūri  $\triangle AMD$  un  $\triangle CND$ . Pierādīt, ka ar zvaigznītēm apzīmēto daļu laukumu summa ir vienāda ar tās daļas laukumu, kas apzīmēta ar aplīti.



66. zīm.

**12. uzdevums.** Dotas 5 pēc ārējā izskata vienādas monētas; 4 no tām ir ar vienādu masu - 5 grami katra, bet vienas monētas masa ir citāda. Kā ar divām svēršanām, izmantojot sviru svarus un vienu 5 g atsvaru, atrast atšķirīgo monētu un uzzināt, vai tā ir smagāka vai vieglāka par pārējām monētām?

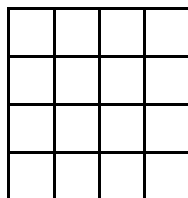
**13. uzdevums.** Jānītim tagad ir divreiz vairāk gadu, nekā Pēterītim bija tad, kad Jānītim bija tik daudz gadu, cik Pēterītim ir tagad. Kad Pēterītim būs tik daudz gadu, cik Jānītim ir tagad, tad kopā viņiem būs 27 gadi. Cik gadu tagad ir Jānītim un cik gadu - Pēterītim? (Visus vecumus aprēķina, skaitot tikai pilnus dzīves gadus.)

**14. uzdevums.** Virknē uzrakstīti 6 dažādi cipari tā, ka katru triju pēc kārtas uzrakstīto ciparu summa dalās ar 5. Noteikt virknes pirmos trīs ciparus, ja pēdējie trīs ir 3, 7, 0.

**15. uzdevums.** Karnevāla zāli apgaismo 6 prožektoru. Vai tos var savienot savā starpā ar lentām tā, lai katrs no tiem būtu savienots ar tieši 3 citiem prožektoriem?

**16. uzdevums.** Vai attālumi no kāda punkta līdz četrām viena kvadrāta virsotnēm var būt 1, 4, 7 un 8?

**17. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $4 \times 4$  rūtiņām (skat. 67. zīm.). Katrā tā rūtiņā var atrasties augstākais viena figūriņa. Zināms, ka visās kolonnās ir dažāds figūriņu daudzums un visās rindiņās – arī dažāds. Cik pavisam figūriņu var būt kvadrātā?



67. zīm.

**18. uzdevums.** Uz riņķa līnijas atzīmēti 10 punkti. Vai var katru no tiem apzīmēt ar vienu no burtiem A; B; C; D; E tā, lai visi 10 blakus esošo burtu pāri būtu dažādi?

**19. uzdevums.** Cik ir skaitļu no 1 līdz 1994 ieskaitot, kas

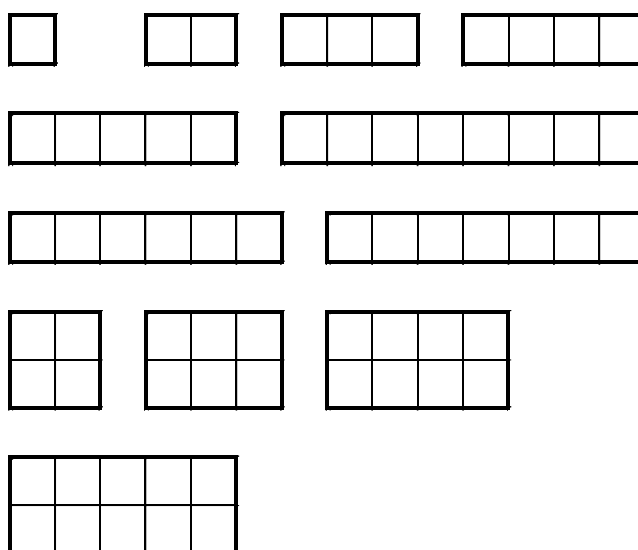
- a) dalās ar 6, bet nedalās ar 7;
- b) dalās ar 7, bet nedalās ar 6;
- c) dalās gan ar 6, gan ar 7?

**20. uzdevums.** Kāds vismazākais naturālo skaitļu daudzums jāizvēlas, lai no šiem skaitļiem divi būtu tādi, ka to starpība dalītos ar 5?

**21. uzdevums.** Karnevāla zāli apgaismo 7 prožektori. Vai tos var savienot savā starpā ar lentām tā, lai katrs no tiem būtu savienots ar tieši 3 citiem prožektoriem?

**22. uzdevums.** Pierādīt teorēmu: Ja trīs nogriežņi ir tādi, ka katra garums ir mazāks nekā abu pārējo nogriežņu garumu summa, tad var uzzīmēt trijstūri, kura malas ir attiecīgi vienādas ar šiem nogriežņiem.

**23. uzdevums.** Salikt kvadrātu no doto figūru komplekta (skat. 68. zīm.).



68. zīm.

**24. uzdevums.** Pierādīt lemmu: Ja 5 monētas jau ir sakārtotas masu pieaugšanas secībā, tad 6. monētas vietu šajā virknē var atrast ar trīs svēršanām.

**25. uzdevums.** Vai triju pēc kārtas ņemtu naturālu skaitļu reizinājums var būt 19941995?

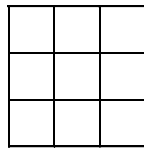
**26. uzdevums.** Pavasarī Sprīdītis nokritās svarā par 25%, vasarā pieņēmās svarā par 20%, rudenī nokritās svarā par 10%, bet pa ziemu atkal pieņēmās svarā par 20%. Noskaidrot, kā izmainījās viņa svars gada laikā.

**27. uzdevums.** Kvadrāta izmēri ir

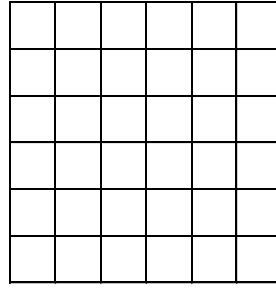
a)  $3 \times 3$  rūtiņas (skat. 69. a) zīm.);

b)  $6 \times 6$  rūtiņas (skat. 69. b) zīm.).

Rūtiņas malas garums ir 1. Kādu lielāko daudzumu rūtiņu centru var atzīmēt, lai attālums starp katriem diviem atzīmētajiem centriem būtu lielāks par 2?



a)



b)

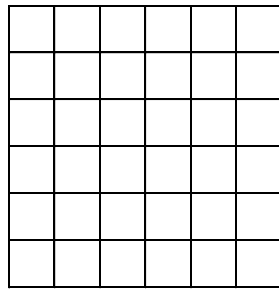
69. zīm.

**28. uzdevums.** Skaitlis  $A=21x+49y$  ir pozitīvs. Pierādīt, ka  $A$  dalās ar 7.

**29. uzdevums. 1.** Vai kvadrātu var sagriezt

- a) 6 mazākos kvadrātos;
- b) 7 mazākos kvadrātos;
- c) 8 mazākos kvadrātos;
- d) 9 mazākos kvadrātos?

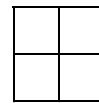
2. Sagriezt kvadrātu ar izmēriem  $6 \times 6$  (skat. 70. a) zīm.) 12 mazākos  $1 \times 1$  (skat. 70. b) zīm.) un  $2 \times 2$  rūtiņu kvadrātos (skat. 70. c) zīm.).



a)



b)



c)

70. zīm.



**30. uzdevums.** Vai ir iespējama tāda 8 cilvēku grupa, kurā katrs ir pazīstams ar diviem un tikai diviem cilvēkiem no šīs grupas?

**31. uzdevums.** Sadalīt dotos skaitļus

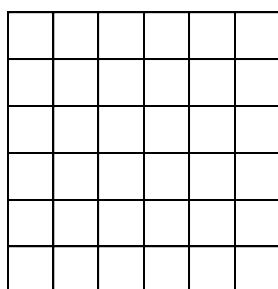
a) 101;

b) 1001

reizinājājos (ja tas ir iespējams), izmantojot saīsinātās reizināšanas formulas.

**32. uzdevums.** Sprīdītis ir iemācījies atlikt  $19^\circ$  lielus leņķus. Kā viņš varētu iegūt  $1^\circ$  lielu leņķi?

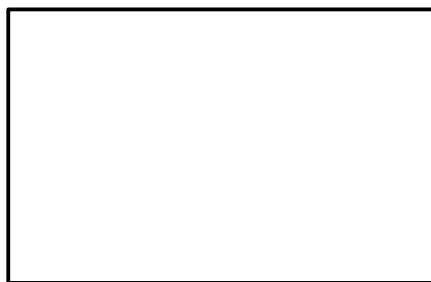
**33. uzdevums.** Pierādīt, ka kvadrātā ar izmēriem  $6 \times 6$  (skat. 71. zīm.) var atzīmēt lielākais 8 rūtiņu centrus, lai attālums starp katriem diviem atzīmētajiem centriem būtu lielāks par 2. (Rūtiņas malas garums ir 1.)



71. zīm.

**34. uzdevums.** Uz 15 kartiņām uzrakstīts pa naturālam skaitlim (starp tiem var būt arī vienādi). Katru piecu skaitļu summa nepārsniedz 10. Kāda var būt vismazākā un vislielākā visu skaitļu summa?

**35. uzdevums.** Sagriezt taisnstūri (skat. 72. zīm.) divos vienādos sešstūros.

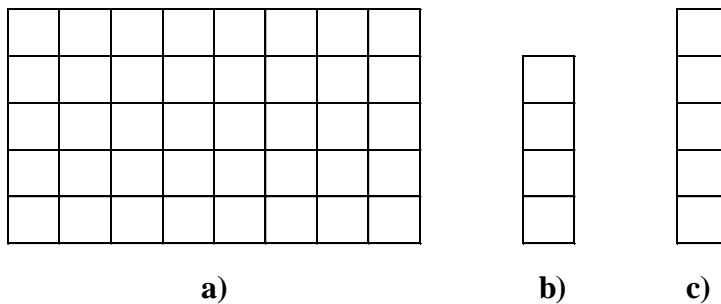


72. zīm.

**36. uzdevums.** Autobusā brauc 6 pasažieri. Vai var gadīties, ka starp tiem var atrast vai nu trīs tādus, kas visi ir savā starpā pazīstami, vai arī trīs tādus, starp kuriem nekādi divi nav savā starpā pazīstami?

**37. uzdevums.** Atrast visus īstus pozitīvus daļskaitļus, kuru saucēji nepārsniedz 6.

**38. uzdevums.** Taisnstūri ar izmēriem  $5 \times 8$  (skat. 73. a) zīm.) sadalīt mazākos taisnstūrīšos ar izmēriem  $1 \times 4$  (skat. 73. b) zīm.) un  $1 \times 5$  (skat. 73. c) zīm.).



73. zīm.

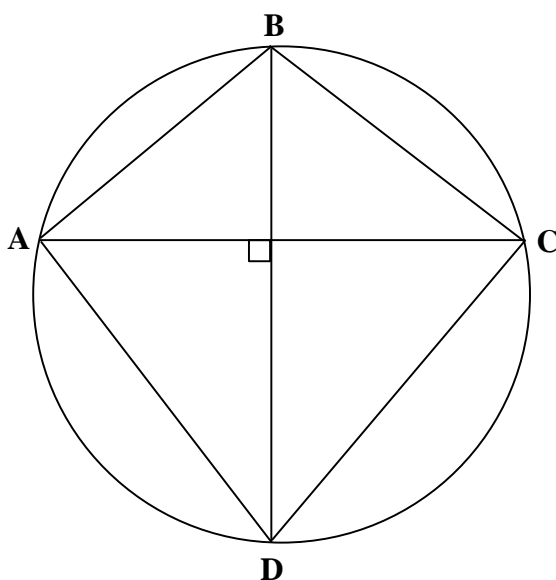
**39. uzdevums. 1.** No cipariem 1; 1; 1; 2; 2; 2; 3; 3; 3; izveidoti deviņciparu skaitļi (katrā no tiem izmantoti visi 9 dotie cipari). Vai var būt, ka kāds no šiem skaitļiem dalās ar 2, 3 un 5?

**2.** No cipariem 1; 2; 3; 4 izveidoti 2 četr ciparu skaitļi (katrā no tiem izmantoti visi 4 dotie cipari). Vai var būt, ka kāds no šiem skaitļiem dalās ar kādu citu no izveidotajiem skaitļiem?

**40. uzdevums.** Atrast 2 skaitļus tā, lai šo skaitļu starpība būtu vienāda ar to lielāko kopīgo dalītāju, ja

- a) LKD=1;
- b) LKD=2;
- c) LKD=3;
- d) LKD=4;
- e) LKD=5.

**41. uzdevums.** Četrstūra ABCD virsotnes atrodas uz riņķa līnijas, un tā diagonāles AC un BD ir savstarpēji perpendikulāras (skat. 74. zīm.). Pierādiet, ka tā malu viduspunkti atrodas uz vienas riņķa līnijas!



74. zīm.

**42. uzdevums.** Vai 75. zīmējumā parādītajā tabulā var izsvītrot rindiņas vai kolonnas tā, lai neizsvītrotu skaitļu summa būtu pirmskaitlis?

4	6	8
6	9	12
8	12	16

75. zīm.

**43. uzdevums.** Sniegbaltītes mājiņā dzīvo 7 rūķīši. Daži no tiem savā starpā draudzējas, vai arī nedraudzējas. Pierādīt, ka ir vismaz 2 rūķīši, kuriem ir vienāds draugu skaits.

**44. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $2 \times 2$  rūtiņām; katrā rūtiņā ierakstīts vesels skaitlis (skat. 76. zīm.). Kvadrātā ierakstīto skaitļu summa ir pozitīva. Vai iespējams, ka triju ierakstīto skaitļu summa ir negatīva?

a	b
c	d

76. zīm.

**45. uzdevums.** Klasē ir 30 skolēnu. Ziemassvētku balles laikā viens no zēniem bija dejojis ar 5 meitenēm, otrs – ar 6 meitenēm, trešais – ar 7 meitenēm utt., bet pēdējais zēns – ar visām meitenēm. Cik zēnu un cik meiteņu ir klasē?

**48. uzdevums.** Kādā mājā dzīvo 160 iedzīvotāji. Nevienam no tiem nav vecāks par 78 gadiem. Pierādīt, ka starp mājas iedzīvotājiem var atrast 3 tādus, kuriem gadu skaits ir vienāds.

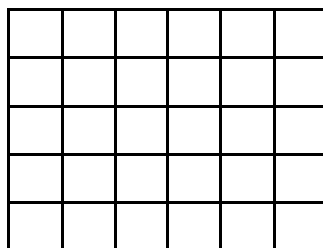
**49. uzdevums. 1.** Kādu lielāko skaitu naturālu skaitļu no 1 līdz 100 ieskaitot, var izvēlēties tā, lai nekādu divu izvēlēto skaitļu summa nebūtu vienāda ar kādu trešo izvēlēto skaitli? (Veidot skaitļu summu pašam ar sevi nav atļauts.)

**2.** No skaitļiem 1; 2; 3; ...; 200 brīvi izvēlas 101 skaitli. Pierādīt, ka starp izvēlētajiem skaitļiem var atrast divus tādus skaitļus, no kuriem viens skaitlis dalās ar otru skaitli.

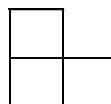
**50. uzdevums.** Aprēķināt to divciparu skaitļu summu, kas sastāv tikai no cipariem 1; 2; 3; 4; 5 (katrā skaitlī visi cipari dažādi).

**51. uzdevums.** Cik no skaitļiem  $(a-b) \cdot (a-c)$ ,  $(b-a) \cdot (b-c)$ ,  $(c-a) \cdot (c-b)$  var vienlaicīgi būt nenegatīvi skaitļi?

**52. uzdevums.** Cik dažādos veidos var sagriezt taisnstūri, kas sastāv no  $5 \times 6$  rūtiņām (skat. 77. a) zīm.) no trim rūtiņām sastāvošos “stūrīšos” (skat. 77. b) zīm.).



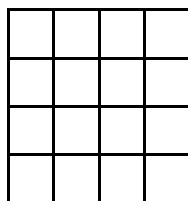
a)



b)

77. zīm.

**53. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no  $4 \times 4$  rūtiņām (skat. 78. zīm.). Katrā rūtiņā jāieraksta pa burtam tā, lai rūtiņas ar vienādiem burtiem nesaskartos ne malām, ne ar stūriem. Kāds ir mazākais iespējamais dažādu burtu skaits?



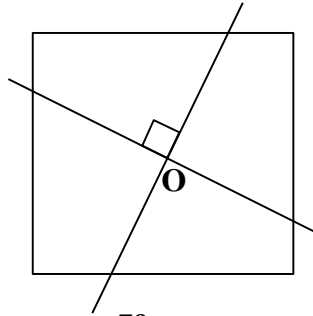
78. zīm.

**54. uzdevums.** Sareizina visus naturālos skaitļus no 1 līdz 1995 ieskaitot. Kāds ir reizinājuma pēdējais cipars?

**55. uzdevums.** Pierādīt, ka 51 skaitlis ir lielākais skaits naturālu skaitļu no 1 līdz 100 ieskaitot, kurus var izvēlēties tā, lai nekādu divu izvēlēto skaitļu summa nebūtu vienāda ar kādu trešo izvēlēto skaitli.

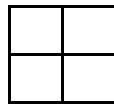
**56. uzdevums.** Vai plaknē var atzīmēt 4 punktus tā, lai katri trīs no tiem būtu vienādsānu trijstūra virsotnes?

**57. uzdevums.** Caur kvadrāta centru  $O$  novilkta divas savstarpēji perpendikulāras taisnes (skat. 79. zīm.). Pierādiet, ka šīs taisnes sadala kvadrātu četrās vienādās laukuma daļās!

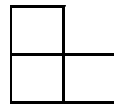


79. zīm.

**58. uzdevums. 1.** Salikt kvadrātu no viena  $2 \times 2$  rūtiņu kvadrātiņa (skat. 80. a) zīm.) un no 4 “stūrīšiem” (skat. 80. b) zīm.).



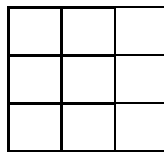
a)



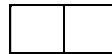
b)

80. zīm.

**2.** Dots kvadrāts  $3 \times 3$  rūtiņas (skat. 81. a) zīm.). No tā jāizgriež viena rūtiņa tā, lai atlikušo figūru varētu pārklāt, izmantojot tikai taisnstūrīšus, kuru izmēri  $1 \times 2$  rūtiņas (skat. 81. b) zīm.). Cik dažādos veidos to var izdarīt?



a)



b)

81. zīm.

**59. uzdevums.** Cik reizu diennaktī pulksteņa minūšu un stundu rādītāji ir perpendikulāri?

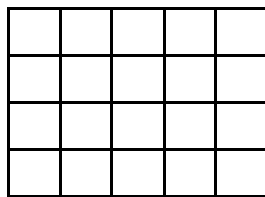
**60. uzdevums.** Klasē ir 10 meitenes un 9 zēni. Vai var būt tā, ka katrai meitenei ir citāds draugu - zēnu skaits, bet visi zēni draudzējas ar vienādu skaitu meiteņu?

**61. uzdevums.** Naturāla skaitļa  $a$  ciparu summa ir  $A$ , bet naturāla skaitļa  $b$  ciparu summa ir  $B$ . Atrast divciparu skaitļus  $a$  un  $b$ , lai summas  $a+b$  ciparu summa ir

- a) vienāda ar  $A+B$ ;
- b) mazāka par  $A+B$ .

**62. uzdevums.** Rūķis Reinis apgalvo Sniegbaltītei, ka aizvakar viņam bija 97 gadi, bet nākošgad viņš palikšot 100 gadus vecs. Vai tas ir iespējams?

**63. uzdevums.** Taisnstūris ar izmēriem  $4 \times 5$  (skat. 82. zīm.) sadalīts kvadrātiņos, kuru izmēri  $1 \times 1$ . Bez tam taisnstūrī novilkta viena diagonāle. Cik gabalos taisnstūris sadalīts?



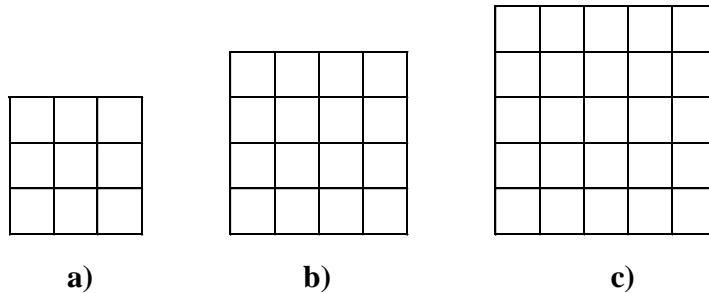
82. zīm.

**64. uzdevums.** Atrast tādus skaitļus  $a$  un  $b$ , ka  $a^2+a=b^2$ .

**65. uzdevums.** Kvadrāts sastāv no

- a)  $3 \times 3$  rūtiņām (skat. 83. a) zīm.);
- b)  $4 \times 4$  rūtiņām (skat. 83. b) zīm.);
- c)  $5 \times 5$  rūtiņām (skat. 83. c) zīm.).

Uzzīmēt garāko zirdziņa maršrutu kādu iegūst, savienojot ar taisnes nogriežņiem to lauciņu centrus, uz kuriem zirdziņš pēc kārtas nostājas. Iegūtā lauztā līnija nedrīkst pati sevi krustot.



83. zīm.

**66. uzdevums.** Frakcijā katram deputātam ir ne vairāk kā 3 pretinieki. Pierādīt, ka deputātus var sadalīt divās komisijās tā, lai katram deputātam viņa komisijā būtu ne vairāk kā 1 pretinieks.

**67. uzdevums.** Naturāls skaitlis  $b$  ir astoņas reizes lielāks par naturālu skaitli  $a$ . Atrast skaitļus  $a$  un  $b$ , ja

- a) skaitļa  $a$  ciparu summa ir vienāda ar skaitļa  $b$  ciparu summu;
- b) skaitļa  $a$  ciparu summa ir 8 reizes lielāka par skaitļa  $b$  ciparu summu.

**68. uzdevums.** Kādu ciparu jāizvēlas zvaigznītes vietā, lai no cipariem

1; 2; 3; 4; 5; \*,

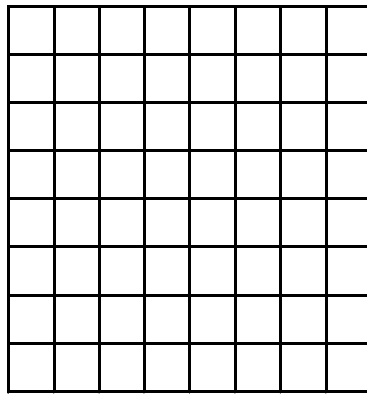
lietojot katru tieši vienu reizi, izveidotu tāda naturāla skaitļa decimālo pierakstu, kas dalās ar 11?

**69. uzdevums.** Vai četrstūrī triju leņķu lielumu summa var būt mazāka par tā ceturtā leņķa lielumu?



**70. uzdevums.** Kāds vislielākais laukums var būt trijstūrim, kura perimetrs ir 12 cm (malu garumi izsakās ar veseliem skaitļiem)?

**71. uzdevums.** Šaha galdiņš sastāv no  $8 \times 8$  rūtiņām (skat. 84. zīm.). 64 gājienos karalis apgāja visus šaha galdiņa lauciņus un atgriezās sākuma punktā. Savienojot pēc kārtas karaļa “apmeklēto” lauciņu centrus, izveidojās lauza līnija. Kāds ir šīs līnijas garums, ja zināms, ka karalis “pastaigām” allaž izvēlas visgarāko ceļu? (Rūtiņas garums ir 1.)

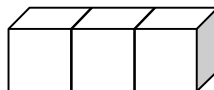


84. zīm.

**72. uzdevums.** No 9 melniem kubiņiem ar izmēriem  $1 \times 1 \times 1$  (skat. 85. a) zīm.) un 6 baltiem klucīšiem ar izmēriem  $3 \times 1 \times 1$  (skat. 85. b) zīm.) salikt kubu ar izmēriem  $3 \times 3 \times 3$  tā, lai melnie kubiņi atrastos tā centrā un virsotnēs.



a)



b)

85. zīm.