Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

5. klase

1. Uzraksti dotos skaitļus augošā secībā! Atbildi pamato!

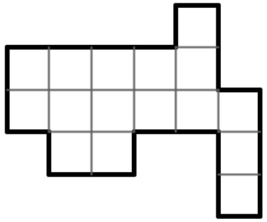
$$DLV; MMXVI; CMXCIV; XXXVII$$

2. Vai var atrast tādus naturālus skaitļus a un b, ka $14 \cdot a + 2 \cdot b + 1 = 2016$?

3. Starp dotajiem skaitļiem vienādības kreisajā pusē saliec darbību zīmes un iekavas tā, lai iegūtu patiesu vienādību!

a) 3 3 7 7 = 14
b) 3 3 7 7 = 24

4. Sadali 1. att. redzamo figūru trīs daļās, no kurām var salikt kvadrātu! Saliekot daļas nedrīkst pārklāties, daļas drīkst pagriezt, bet nedrīkst apgāzt otrādi.



1. att.

5. Klasē ir 12 skolēni, katrs no tiem nosūtīja īsziņu tieši sešiem citiem saviem klasesbiedriem. Pierādi, ka noteikti ir tādi divi skolēni, kas nosūtījuši īsziņu viens otram!

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

5. klase

1. Uzraksti dotos skaitļus augošā secībā! Atbildi pamato!

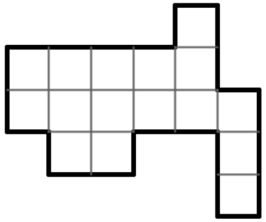
$$DLV; MMXVI; CMXCIV; XXXVII$$

2. Vai var atrast tādus naturālus skaitļus a un b, ka $14 \cdot a + 2 \cdot b + 1 = 2016$?

3. Starp dotajiem skaitļiem vienādības kreisajā pusē saliec darbību zīmes un iekavas tā, lai iegūtu patiesu vienādību!

a) 3 3 7 7 = 14
b) 3 3 7 7 = 24

4. Sadali 1. att. redzamo figūru trīs daļās, no kurām var salikt kvadrātu! Saliekot daļas nedrīkst pārklāties, daļas drīkst pagriezt, bet nedrīkst apgāzt otrādi.



1. att.

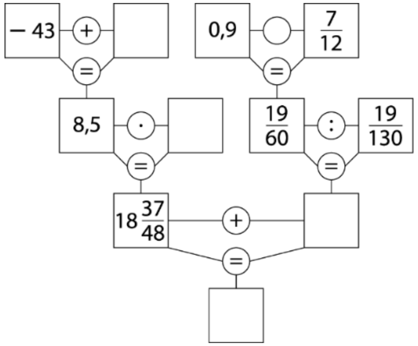
5. Klasē ir 12 skolēni, katrs no tiem nosūtīja īsziņu tieši sešiem citiem saviem klasesbiedriem. Pierādi, ka noteikti ir tādi divi skolēni, kas nosūtījuši īsziņu viens otram!

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv

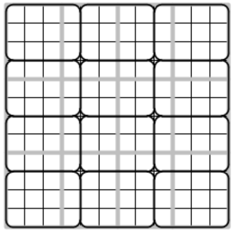
Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

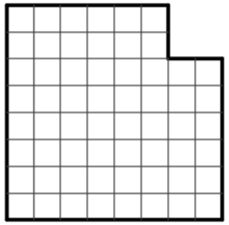
6. klase

1. Aplīšos (skat. 1. att.) ieraksti trūkstošās darbību zīmes un kvadrātiņos – trūkstošos skaitļus, lai iegūtu patiesas vienādības! Parādi arī risinājumu!



1. att.


2. att.


3. att.

2. Vai var atrast tādus naturālus skaitļus a un b, ka $14 \cdot a + 15 = 2016 - 6 \cdot b$?

3. Vairākas tantītes piedalījās sēņošanas sacensībās. Kad sacensību beigās saskaitīja atrastās baravikas, tad izrādījās, ka katrai no divām tantītēm, kurām bija vislielākais baraviku skaits, bija tieši $\frac{1}{5}$ no visu baraviku kopskaita. Savukārt, katrai no piecām tantītēm, kurām bija vismazākais baraviku skaits, bija tieši $\frac{1}{13}$ no visu baraviku kopskaita. Cik pavisam tantītes piedalījās sacensībās?

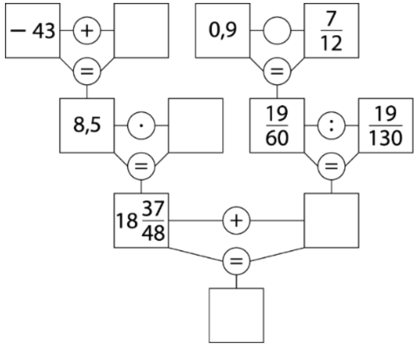
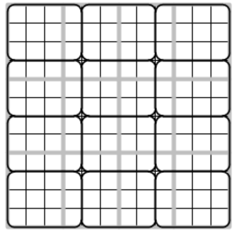
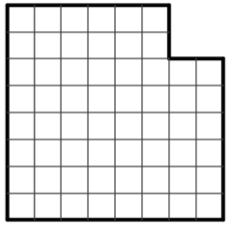
4. Kvadrāts ar izmēriem 12×12 rūtiņas divos veidos ir sadalīts taisnstūros ar izmēriem 3×4 rūtiņas (skat. 2. att.): trīs rindās pa četriem taisnstūriem katrā (ar gaiši pelēkajām līnijām) un četrās rindās pa trim taisnstūriem katrā (ar melnajām līnijām). Kāds ir mazākais rūtiņu skaits, kas jāiekrāso 12×12 rūtiņu kvadrātā, lai katrā gaišpelēkajā un katrā melnajā taisnstūrī būtu vismaz viena iekrāsota rūtiņa?

5. Sadali 3. att. redzamo figūru trīs pilnīgi vienādās (gan pēc formas, gan pēc laukuma) daļās! Gabali attiecībā viens pret otru drīkst būt gan pagriezti, gan „apmesti otrādi”.

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

6. klase

1. Aplīšos (skat. 1. att.) ieraksti trūkstošās darbību zīmes un kvadrātiņos – trūkstošos skaitļus, lai iegūtu patiesas vienādības! Parādi arī risinājumu!

1. att. 2. att. 3. att.

2. Vai var atrast tādus naturālus skaitļus a un b, ka $14 \cdot a + 15 = 2016 - 6 \cdot b$?

3. Vairākas tantītes piedalījās sēņošanas sacensībās. Kad sacensību beigās saskaitīja atrastās baravikas, tad izrādījās, ka katrai no divām tantītēm, kurām bija vislielākais baraviku skaits, bija tieši $\frac{1}{5}$ no visu baraviku kopskaita. Savukārt, katrai no piecām tantītēm, kurām bija vismazākais baraviku skaits, bija tieši $\frac{1}{13}$ no visu baraviku kopskaita. Cik pavisam tantītes piedalījās sacensībās?

4. Kvadrāts ar izmēriem 12×12 rūtiņas divos veidos ir sadalīts taisnstūros ar izmēriem 3×4 rūtiņas (skat. 2. att.): trīs rindās pa četriem taisnstūriem katrā (ar gaiši pelēkajām līnijām) un četrās rindās pa trim taisnstūriem katrā (ar melnajām līnijām). Kāds ir mazākais rūtiņu skaits, kas jāiekrāso 12×12 rūtiņu kvadrātā, lai katrā gaišpelēkajā un katrā melnajā taisnstūrī būtu vismaz viena iekrāsota rūtiņa?

5. Sadali 3. att. redzamo figūru trīs pilnīgi vienādās (gan pēc formas, gan pēc laukuma) daļās! Gabali attiecībā viens pret otru drīkst būt gan pagriezti, gan „apmesti otrādi”.

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv

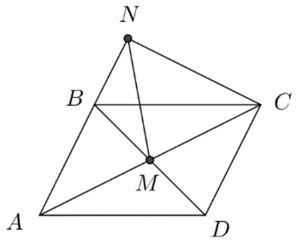
Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

7. klase

1. Dota lineāra funkcija $y = 2015x + 2016$.
a) Nosaki dotās funkcijas krustpunktus ar koordinātu asīm!
b) Uzraksti vienādojumu lineārai funkcijai, kuras grafiks nekrusto dotās funkcijas grafiku un iet caur punktu (1; 43)!

2. Karlsons sev pusdienām nopirka 8 pīrādziņus un 15 magoņmaizītes, bet Brālītis – vienu pīrādziņu un vienu magoņmaizīti. Karlsons par savām pusdienām samaksāja tieši divus eiro (katra maizīte un pīrādziņš maksā veselu skaitu centu). Cik samaksāja Brālītis?

3. Dots, ka $AB||CD$ un $AD||BC$ (skat. 1. att.). Nogriežņu AC un BD krustpunkts ir M. Uz taisnes AB izvēlēts tāds punkts N, ka $AM = MN$. Pierādīt, ka $\sphericalangle ANC = 90°$.



1. att.

4. Divi rūķi – Svirpulnieks un Pukstiņš – katru dienu tīra zobus. Katrs lieto savu zobu birsti un katrs sava veida zobu pastas tūbiņas. Katram rūķim viena zobu pastas tūbiņa pietiek veselam skaitam dienu. Ja vienā dienā rūķim beidzas viena zobu pastas tūbiņa, tad nākamajā dienā viņš iesāk tādu pašu jaunu tūbiņu. Svirpulniekam viena zobu pastas tūbiņa pietiek divas dienas ilgāk nekā Pukstiņam. Ja abi sāk jaunas zobu pastas tūbiņas vienā un tajā pašā dienā, tad dienā, kad Pukstiņš pēdējo dienu izmanto trešo zobu pastas tūbiņu, Svirpulnieks pirmo dienu ir iesācis jaunu tūbiņu. Cik dienas katram rūķim pietiek ar vienu zobu pastas tūbiņu?

5. Kvadrāts sadalīts 12×12 vienādās kvadrātiskās rūtiņās un izkrāsots kā šaha galdiņš. Četrdesmit trijās baltajās rūtiņās sēž pa vienai mušai. Varde lēkā pa kvadrātu, katrā lēcienā tā pārvietojas uz blakus rūtiņu (tas ir, uz rūtiņu, kurai ar esošo ir kopēja mala). Tā nelec rūtiņā, kurā tā jau ir bijusi. Ielecot rūtiņā, kurā sēž muša, varde to apēd. Zināms, ka varde ir bijusi vismaz 100 rūtiņās. Pierādīt, ka varde ir apēdusi vismaz 21 mušu!

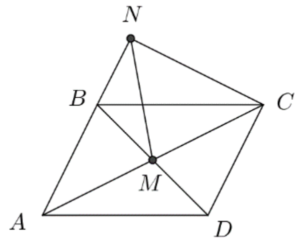
Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

7. klase

1. Dota lineāra funkcija $y = 2015x + 2016$.
a) Nosaki dotās funkcijas krustpunktus ar koordinātu asīm!
b) Uzraksti vienādojumu lineārai funkcijai, kuras grafiks nekrusto dotās funkcijas grafiku un iet caur punktu (1; 43)!

2. Karlsons sev pusdienām nopirka 8 pīrādziņus un 15 magoņmaizītes, bet Brālītis – vienu pīrādziņu un vienu magoņmaizīti. Karlsons par savām pusdienām samaksāja tieši divus eiro (katra maizīte un pīrādziņš maksā veselu skaitu centu). Cik samaksāja Brālītis?

3. Dots, ka $AB||CD$ un $AD||BC$ (skat. 1. att.). Nogriežņu AC un BD krustpunkts ir M. Uz taisnes AB izvēlēts tāds punkts N, ka $AM = MN$. Pierādīt, ka $\sphericalangle ANC = 90°$.



1. att.

4. Divi rūķi – Svirpulnieks un Pukstiņš – katru dienu tīra zobus. Katrs lieto savu zobu birsti un katrs sava veida zobu pastas tūbiņas. Katram rūķim viena zobu pastas tūbiņa pietiek veselam skaitam dienu. Ja vienā dienā rūķim beidzas viena zobu pastas tūbiņa, tad nākamajā dienā viņš iesāk tādu pašu jaunu tūbiņu. Svirpulniekam viena zobu pastas tūbiņa pietiek divas dienas ilgāk nekā Pukstiņam. Ja abi sāk jaunas zobu pastas tūbiņas vienā un tajā pašā dienā, tad dienā, kad Pukstiņš pēdējo dienu izmanto trešo zobu pastas tūbiņu, Svirpulnieks pirmo dienu ir iesācis jaunu tūbiņu. Cik dienas katram rūķim pietiek ar vienu zobu pastas tūbiņu?

5. Kvadrāts sadalīts 12×12 vienādās kvadrātiskās rūtiņās un izkrāsots kā šaha galdiņš. Četrdesmit trijās baltajās rūtiņās sēž pa vienai mušai. Varde lēkā pa kvadrātu, katrā lēcienā tā pārvietojas uz blakus rūtiņu (tas ir, uz rūtiņu, kurai ar esošo ir kopēja mala). Tā nelec rūtiņā, kurā tā jau ir bijusi. Ielecot rūtiņā, kurā sēž muša, varde to apēd. Zināms, ka varde ir bijusi vismaz 100 rūtiņās. Pierādīt, ka varde ir apēdusi vismaz 21 mušu!

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

8. klase

1. Aprēķini dotās izteiksmes vērtību!

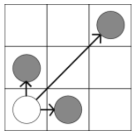
$$\frac{2000016 \cdot 1999984}{5^{12} \cdot 2^{13} - 128}$$

2. Vai var atrast tādus veselus skaitļus a un b, ka $ab(a + 43b) = 434343$?

3. Zināms, ka skaitlis dalās ar 2016 un ka visi tā cipari ir dažādi. Kāds ir lielākais ciparu skaits, kas var būt šajā skaitlī?

4. Dota taisnleņķa trapece $ABCD$, kuras īsākā sānu mala ir BC. Malu AD un CD viduspunkti attiecīgi ir M un K, bet diagonāles AC viduspunkts ir N. Pierādīt, ka $\Delta MNB = \Delta CKM$.

5. Divi spēlētāji spēlē spēli uz $N \times N$ rūtiņas liela laukuma. Sākumā laukuma kreisajā apakšējā rūtiņā atrodas spēļu kauliņš. Katrā gājienā spēļu kauliņu drīkst pārvietot vai nu vienu lauciņu pa labi, vai vienu lauciņu uz augšu, vai arī divus lauciņus pa diagonāli uz augšu pa labi (skat. 1. att., kur kauliņa sākumpozīcija apzīmēta ar baltu, bet atļautie gājieni – ar pelēkiem aplīšiem). Kauliņu nedrīkst pārvietot ārpus laukuma robežām. Spēlētāji gājienus izdara pēc kārtas. Zaudē spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš no spēlētājiem, pareizi spēlējot, uzvar, ja **a)** $N = 7$, **b)** $N = 8$?



1. att.

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

8. klase

1. Aprēķini dotās izteiksmes vērtību!

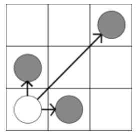
$$\frac{2000016 \cdot 1999984}{5^{12} \cdot 2^{13} - 128}$$

2. Vai var atrast tādus veselus skaitļus a un b, ka $ab(a + 43b) = 434343$?

3. Zināms, ka skaitlis dalās ar 2016 un ka visi tā cipari ir dažādi. Kāds ir lielākais ciparu skaits, kas var būt šajā skaitlī?

4. Dota taisnleņķa trapece $ABCD$, kuras īsākā sānu mala ir BC. Malu AD un CD viduspunkti attiecīgi ir M un K, bet diagonāles AC viduspunkts ir N. Pierādīt, ka $\Delta MNB = \Delta CKM$.

5. Divi spēlētāji spēlē spēli uz $N \times N$ rūtiņas liela laukuma. Sākumā laukuma kreisajā apakšējā rūtiņā atrodas spēļu kauliņš. Katrā gājienā spēļu kauliņu drīkst pārvietot vai nu vienu lauciņu pa labi, vai vienu lauciņu uz augšu, vai arī divus lauciņus pa diagonāli uz augšu pa labi (skat. 1. att., kur kauliņa sākumpozīcija apzīmēta ar baltu, bet atļautie gājieni – ar pelēkiem aplīšiem). Kauliņu nedrīkst pārvietot ārpus laukuma robežām. Spēlētāji gājienus izdara pēc kārtas. Zaudē spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienu. Kurš no spēlētājiem, pareizi spēlējot, uzvar, ja **a)** $N = 7$, **b)** $N = 8$?



1. att.

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

9. klase

1. Atrisināt nevienādību $\frac{x-1}{x^2-4} \leq 0$.

2. Vai var atrast tādus veselus skaitļus x, y un z, ka $x^3 - 2016xyz = 10$?

3. Dots taisnstūris $ABCD$. Malas AB viduspunkts ir M. Zināms, ka uz malas BC var izvēlēties tādu punktu N, ka $\sphericalangle BMN = \sphericalangle CDN = 30°$. Pierādīt, ka trijstūris CDM ir vienādmalu!

4. Naturālu skaitļu virknes 1; 2; 2; 4; 8; 32; 48; ... katrs loceklis, sākot ar trešo, ir vienāds ar divu iepriekšējo locekļu nenulles ciparu reizinājumu. Kāds ir šīs virknes 2016. loceklis?

5. Sivēnam ir 10 podi ar medu, kas pēc kārtas sanumurēti ar skaitļiem no 1 līdz 10. Kādu dienu viņš uzzināja, ka Vinnijs Pūks slepeni ir izēdis četrus no tiem, pie tam to numuri veido aritmētisko progresiju. Katra poda saturu Sivēns var pārbaudīt. Pierādīt, ka viņš var noskaidrot, kuri tieši ir izēstie podi, pārbaudot ne vairāk kā četrus podus!

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

9. klase

1. Atrisināt nevienādību $\frac{x-1}{x^2-4} \leq 0$.

2. Vai var atrast tādus veselus skaitļus x, y un z, ka $x^3 - 2016xyz = 10$?

3. Dots taisnstūris $ABCD$. Malas AB viduspunkts ir M. Zināms, ka uz malas BC var izvēlēties tādu punktu N, ka $\sphericalangle BMN = \sphericalangle CDN = 30°$. Pierādīt, ka trijstūris CDM ir vienādmalu!

4. Naturālu skaitļu virknes 1; 2; 2; 4; 8; 32; 48; ... katrs loceklis, sākot ar trešo, ir vienāds ar divu iepriekšējo locekļu nenulles ciparu reizinājumu. Kāds ir šīs virknes 2016. loceklis?

5. Sivēnam ir 10 podi ar medu, kas pēc kārtas sanumurēti ar skaitļiem no 1 līdz 10. Kādu dienu viņš uzzināja, ka Vinnijs Pūks slepeni ir izēdis četrus no tiem, pie tam to numuri veido aritmētisko progresiju. Katra poda saturu Sivēns var pārbaudīt. Pierādīt, ka viņš var noskaidrot, kuri tieši ir izēstie podi, pārbaudot ne vairāk kā četrus podus!

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

10. klase

1. Doti divi dažādi kabeļi. Pirmā kabeļa masa ir 65 kg, otrā kabeļa masa ir 120 kg. Otrais kabelis ir par 3 m garāks nekā pirmais, un otrā kabeļa katra metra masa ir par 2 kg lielāka nekā pirmā kabeļa katra metra masa. Kādi var būt kabeļu garumi?

2. Vai var atrast tādus veselus skaitļus x, y un z, ka $x^3 - 2016xyz = 120$?

3. Aritmētiskās progresijas četri pēc kārtas ņemti locekļi ir veseli skaitļi $A,\ B,\ C$ un D. Pierādīt, ka $A^2 + 2B^2 + 3C^2 + 4D^2$ var izteikt kā divu veselu skaitļu kvadrātu summu!

4. Trijstūrī ABC leņķa $\sphericalangle ABC$ bisektrise krusto malu AC punktā D. Caur punktu C paralēli BD novilkta taisne, kas krusto AB pagarinājumu punktā P un ap trijstūri BDC apvilkto riņķa līniju punktā Q. Taisne PD krusto nogriezni BQ punktā M. Pierādīt, ka $PM = MD$.

5. Laukumā, kura izmēri ir 9×9 rūtiņas, novietoti 16 taisnstūri ar izmēriem 1×5 rūtiņas tā, ka to malas iet pa rūtiņu līnijām un taisnstūri nepārklājas. Pierādīt, ka nenoklāta paliek laukuma centrālā rūtiņa!

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

10. klase

1. Doti divi dažādi kabeļi. Pirmā kabeļa masa ir 65 kg, otrā kabeļa masa ir 120 kg. Otrais kabelis ir par 3 m garāks nekā pirmais, un otrā kabeļa katra metra masa ir par 2 kg lielāka nekā pirmā kabeļa katra metra masa. Kādi var būt kabeļu garumi?

2. Vai var atrast tādus veselus skaitļus x, y un z, ka $x^3 - 2016xyz = 120$?

3. Aritmētiskās progresijas četri pēc kārtas ņemti locekļi ir veseli skaitļi $A,\ B,\ C$ un D. Pierādīt, ka $A^2 + 2B^2 + 3C^2 + 4D^2$ var izteikt kā divu veselu skaitļu kvadrātu summu!

4. Trijstūrī ABC leņķa $\sphericalangle ABC$ bisektrise krusto malu AC punktā D. Caur punktu C paralēli BD novilkta taisne, kas krusto AB pagarinājumu punktā P un ap trijstūri BDC apvilkto riņķa līniju punktā Q. Taisne PD krusto nogriezni BQ punktā M. Pierādīt, ka $PM = MD$.

5. Laukumā, kura izmēri ir 9×9 rūtiņas, novietoti 16 taisnstūri ar izmēriem 1×5 rūtiņas tā, ka to malas iet pa rūtiņu līnijām un taisnstūri nepārklājas. Pierādīt, ka nenoklāta paliek laukuma centrālā rūtiņa!

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

11. klase

1. No visiem vienādsānu trijstūriem ar sānu malas garumu 10 cm atrast to, kuram ir vislielākais laukums!

2. Vai var atrast tādus naturālus skaitļus x, y un z, ka $x^2 + y^2 + z^2 = \underbrace{1111\ldots1}_{2016}$?

3. Pierādīt nevienādību

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{50}} < 6$$

4. Kvadrāta $ABCD$ diagonāles krustojas punktā K. Nogriežņi AE un BF, kas ir attiecīgi trijstūru BAC un ABD bisektrises, krustojas punktā H. Nogriežņi BF un AC krustojas punktā G, bet AE un BD – punktā J. Pierādīt, ka trijstūra AFG laukums ir vienāds ar četrstūra $GHJK$ laukumu!

5. Uz kādas salas dzīvo zaļi, zili un sarkani hameleoni. Ja divi atšķirīgas krāsas hameleoni satiekas, tie abi maina savu krāsu uz trešo krāsu. Piemēram, ja satiekas zilais hameleons ar sarkano, tie abi kļūst par zaļiem hameleoniem. Vai iespējams, ka pēc kāda laika uz salas visi hameleoni būs vienā krāsā, ja sākumā ir

a) 11 zaļi, 15 zili un 16 sarkani hameleoni,
b) 12 zaļi, 15 zili un 16 sarkani hameleoni?

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

11. klase

1. No visiem vienādsānu trijstūriem ar sānu malas garumu 10 cm atrast to, kuram ir vislielākais laukums!

2. Vai var atrast tādus naturālus skaitļus x, y un z, ka $x^2 + y^2 + z^2 = \underbrace{1111\ldots1}_{2016}$?

3. Pierādīt nevienādību

$$\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{6}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{48}+\sqrt{50}} < 6$$

4. Kvadrāta $ABCD$ diagonāles krustojas punktā K. Nogriežņi AE un BF, kas ir attiecīgi trijstūru BAC un ABD bisektrises, krustojas punktā H. Nogriežņi BF un AC krustojas punktā G, bet AE un BD – punktā J. Pierādīt, ka trijstūra AFG laukums ir vienāds ar četrstūra $GHJK$ laukumu!

5. Uz kādas salas dzīvo zaļi, zili un sarkani hameleoni. Ja divi atšķirīgas krāsas hameleoni satiekas, tie abi maina savu krāsu uz trešo krāsu. Piemēram, ja satiekas zilais hameleons ar sarkano, tie abi kļūst par zaļiem hameleoniem. Vai iespējams, ka pēc kāda laika uz salas visi hameleoni būs vienā krāsā, ja sākumā ir

a) 11 zaļi, 15 zili un 16 sarkani hameleoni,
b) 12 zaļi, 15 zili un 16 sarkani hameleoni?

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

12. klase

1. Atrisināt vienādojumu $4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin x} + 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\sin x} - 13 = 0$.

2. Pierādīt, ka vienādojumam $10^x + 12^y = 34^z$ nav atrisinājuma naturālos skaitļos!

3. Zināms, ka reāliem skaitļiem x, y un z izpildās nevienādība $2x^2 + xy + xz < 0$. Pierādīt, ka izpildās arī nevienādība $y^2 > 8xz$.

4. Trijstūrī ABC leņķa $\sphericalangle ABC$ bisektrise krusto tam apvilkto riņķa līniju punktā D. Nogriežņi DP un DQ ir attiecīgi trijstūru ABD un BCD augstumi. Pierādīt, ka nogrieznis PQ krusto malu AC tās viduspunktā!

5. Dotas piecas pēc ārējā izskata vienādas monētas. Trīs no tām ir īstas (to masas ir vienādas savā starpā), divas – viltotas (to masas arī ir vienādas savā starpā, bet atšķiras no īsto monētu masas). Nav zināms, vai viltotā monēta ir vieglāka vai smagāka par īsto. Doti arī sviras svari, uz kuriem ir iespējams nolasīt uz kausiem uzlikto masu starpību. Vai ar divām svēršanām var atrast vienu īsto monētu?

Latvijas 43. atklātās matemātikas olimpiādes uzdevumi

12. klase

1. Atrisināt vienādojumu $4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{\sin x} + 9 \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{\sin x} - 13 = 0$.

2. Pierādīt, ka vienādojumam $10^x + 12^y = 34^z$ nav atrisinājuma naturālos skaitļos!

3. Zināms, ka reāliem skaitļiem x, y un z izpildās nevienādība $2x^2 + xy + xz < 0$. Pierādīt, ka izpildās arī nevienādība $y^2 > 8xz$.

4. Trijstūrī ABC leņķa $\sphericalangle ABC$ bisektrise krusto tam apvilkto riņķa līniju punktā D. Nogriežņi DP un DQ ir attiecīgi trijstūru ABD un BCD augstumi. Pierādīt, ka nogrieznis PQ krusto malu AC tās viduspunktā!

5. Dotas piecas pēc ārējā izskata vienādas monētas. Trīs no tām ir īstas (to masas ir vienādas savā starpā), divas – viltotas (to masas arī ir vienādas savā starpā, bet atšķiras no īsto monētu masas). Nav zināms, vai viltotā monēta ir vieglāka vai smagāka par īsto. Doti arī sviras svari, uz kuriem ir iespējams nolasīt uz kausiem uzlikto masu starpību. Vai ar divām svēršanām var atrast vienu īsto monētu?

2016. gada 24. aprīlis
nms.lu.lv