

Language: **Latvian**

Day: **1**



**EGMO 2013**

European Girls' Mathematical Olympiad

Trešdien, 2013. gada 10. aprīlī.

1. uzdevums. Trijstūra  $ABC$  mala  $BC$  ir pagarināta no punkta  $C$  līdz punktam  $D$  tā, ka  $CD = BC$ . Mala  $CA$  ir pagarināta no punkta  $A$  līdz punktam  $E$  tā, ka  $AE = 2CA$ . Pierādiet, ka, ja  $AD = BE$ , tad trijstūris  $ABC$  ir taisnleņķa.

2. uzdevums. Atrodiet visus naturālos skaitļus  $m$ , tādus, ka kvadrātu  $m \times m$  var sagriezt piecos taisnstūros, tā, lai šo taisnstūru malu garumi būtu veseli skaitļi  $1, 2, 3, \dots, 10$  patvaļīgā secībā.

3. uzdevums. Dots naturāls skaitlis  $n$ .

- (a) Pierādiet, ka eksitē kopa  $S$ , kas sastāv no  $6n$  atšķirīgiem naturāliem skaitļiem, tāda, ka mazākais kopīgais dalāmais, jebkuriem diviem atšķirīgiem šīs kopas elementiem nav lielāks par  $32n^2$ .
- (b) Pierādiet, ka jebkura kopa  $T$ , kas sastāv no  $6n$  savstarpēji atšķirīgiem naturāliem skaitļiem, satur divus tādus elementus, ka to mazākais kopīgais dalāmais ir lielāks par  $9n^2$ .

Language: **Latvian**

Day: **2**



**EGMO 2013**

European Girls' Mathematical Olympiad

Trešdien, 2013. gada 11. aprīlī.

4. uzdevums. Atrast visus naturālus skaitļus  $a$  un  $b$ , tādus, ka eksistē trīs, viens aiz otra sekojoši, veseli skaitļi, kuros polinoma

$$P(n) = \frac{n^5 + a}{b}$$

vērtības ir veseli skaitļi.

5. uzdevums. Dota trijstūra  $ABC$  apvilkta riņķa līnija  $\Omega$ . Riņķa līnija  $\omega$  pieskaras malām  $AC$  un  $BC$ , un iekšēji pieskaras riņķa līnijai  $\Omega$  punktā  $P$ . Taisne, kas paralēla  $AB$  un krusto trijstūri  $ABC$ , pieskaras  $\omega$  punktā  $Q$ . Pierādiet, ka  $\angle ACP = \angle QCB$ .

6. uzdevums. Sniegbaltīte un septiņi rūķīši dzīvo savā meža mājā. Katrā no 16 pēc kārtas ņemtām dienām, daži rūķīši strādāja dimanta raktuvēs, bet pārējie rūķīši lasīja mežā ogas. Neviens no rūķīšiem nedarīja abus darbus vienā un tajā pašā dienā. Katrās divās dažādās (ne obligāti blakus esošās) dienās vismaz trīs rūķīši strādāja abus šos darbus katrs. Turklāt, pirmajā dienā visi septiņi rūķīši strādāja dimanta raktuvēs. Pierādiet, ka kādā no šīm 16 dienām visi septiņi rūķīši lasīja mežā ogas.

Language: Latvian

Laiks: 4 stundas un 30 minūtes  
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 7 punktiem.