PUNKTIŅŠ
Naturālo skaitļu pāra – nepāra īpašības Komentāri
25.11.2016

Nodarbības tēma – mācīties uzdevuma pamatojumā pielietot naturālo skaitļu pāra – nepāra īpašības; risināt vienādojumus ar vienu vai diviem nezināmiem (šādi uzdevumi tiek doti kā rēbuss, kurus var risināt arī "uzminot" atbildi).

1. Atrisini rēbusu - atrodi tādu naturālu skaitli A, ka vienādība ir pareiza

   1) $3 \cdot A + 2 = 26$;   2) $6 \cdot A - 1 = 65$;   3) $49 - 2 \cdot A = 5 \cdot A$

2. Atrodi divus naturālus skaitļus, lai vienādība $5 \cdot A + 2 \cdot B = 100$ un skaitļu starpība A – B ir vismazākā (no lielākā skaitļa atņem mazāko).

Komentārs. Uzdevums piemērots, lai mācītos veikt dažādus novērtējumus. Vienādojuma atrisinājumus var noformēt tabulas veidā.

Vispirms jāaplūko dotie lielumi – ievērojot, ka 2B un skaitlis 100 ir pāra skaitļi, secinām, ka tāds ir arī A. Savukārt 5A un 100 dalās ar 5, tāpēc B arī dalās ar 5 (jāpiezīmē, ka 2 ar 5 nedalās). Šie vērtējumi ļauj samazināt variantu pārlasi. Novērtējam vislielāko un vismazāko iespējamo skaitļu A un B vērtību. Meklējam naturālus atrisinājumus, tad A un B nav 0 un A nevar būt vienāds ar 20 vai lielāks, bet B būs mazāks par 50. Tabulā var ierakstīt visus B daudzkārtņus, sākot no 5 līdz 45. (Atbilstošās A vērtības samazinās lineāri – var ievērot likumsakarību tabulas aizpildīšanai). Tiek meklēti tādi skaitļi A un B, kuru starpība ir vismazākā – skaidrs, ka starpība nevar būt 0 (5A + 2A = 7A, bet 100 ar 7 nedalās). Tātad vismazākā starpība var būt 1. Tāds skaitļu pāris dotajā tabulā ir tikai viens.

(protams, ka uzdevumu var risināt arī tīri algebriski, ko 4. klases skolēni vēl neprot)

3. Vai vari atrast tādus naturālus skaitļus A un B, lai $2 \cdot A - 4 \cdot B + 5 = 100$?

Komentārs. Te jāveic līdzīgus novērtējumus kā iepriekšējā uzdevuma risinājumā. Pamata arguments – pāra un nepāra skaitļu summa (vai starpība) ir nepāra skaitlis.

4. Toms izvēlējās divus veselus skaitļus un to starpību sareizināja ar to pašu skaitļu reizinājumu un ieguva skaitli 105. Vai vari noteikt kādi bija Toma izvēlētie skaitļi?

Komentārs. Ieteicams uzdevumu aplūkot no "abām pusēm", tas ir, izpētīt, kādos reizinātājos var sadalīt skaitli 105 un mēģināt ar tiem veikt uzdevumā norādītās darbības. No otras puses – aplūkojam iespējas, kāds varētu būt izvēlēto skaitļu pāris, sastādām tabulu, norādot iespējamo izvēlēto skaitļu paritāti:

A	**B**	**A - B**	**(A – B)*A*B**
P	P	P	P
N	N	P	P
N	P	N	P
P	N	N	P

5. Secīgi pāra skaitļi ir 2, 4, 6, 8, 10, 12, … Secīgi nepāra skaitļi ir 1, 3, 5, 7, 9, 11, ….
   a) Trīs secīgu pāra skaitļu summa ir 78 – nosaki šos skaitļus!
   b) Divu secīgu nepāra skaitļu reizinājums ir 143 - nosaki šos skaitļus!
   c) Trīs secīgu nepāra skaitļu reizinājums ir 693 – nosaki šos skaitļus!
   d) * Trīs secīgu nepāra skaitļu reizinājums ir 6783 – nosaki šos skaitļus!

Komentārs. Uzdevuma veids "Eksperimentē – vēro!". Te var formulēt sekojošo jautājumu: "Kādas likumsakarības vari ievērot, ja saskaiti 3 secīgus pāra skaitļus?" un līdzīgus jautājumus.

6. Cik divciparu skaitļiem ciparu reizinājums ir nepāra skaitlis?

Komentārs. Grupē skaitļus. Abiem divciparu skaitļa cipariem jābūt nepāra skaitļiem. Cik nepāra skaitļu ir viena desmita robežās? Cik ir desmitu grupu, kur desmitu cipars ir nepāra skaitlis?

7. Virknē uzrakstīti skaitļi 0; 1; 0; 0. Vienā gājienā drīkst jebkuriem diviem skaitļiem pieskaitīt viens. Vai var pēc vairākiem gājieniem panākt, lai visi skaitļi vienādi?

Komentārs. Četru vienādu skaitļu summa ir pārskaitlis. Sākumā visu skaitļu summa ir nepāra skaitlis. Vienā gājienā, pieskaitot 2, visu skaitļu summas paritāte nemainās. Skaitļiem saglabājas īpašība, ka to kopējā summa ir nepāra skaitlis.

8. *Vai pa apli var uzrakstīt **a)** sešus **b)** septiņus dažādus naturālus skaitļus tā, lai jebkuru divu blakusstāvošu skaitļu summa būtu pirmskaitlis un visi summās iegūtie pirmskaitļi būtu dažādi?

Risinājums. a) variantu iespējams izpildīt, bet b) variantu nē. Ja aplī izvieto visus dažādus naturālus skaitļus, tad mazākā iespējamā summa ir 3. Tāpēc visi šeit meklējamie pirmskaitļi var būt tikai nepāra. Tas norāda, ka aplī pamīšus jāizvieto pāra un nepāra skaitļi. Šāda virkne no 7 skaitļiem saturēs vai nu 3 pāra un 4 nepāra skaitļus, vai 4 pāra un 3 nepāra skaitļus. Tāpēc aplī blakus atgadīsies divi skaitļi ar vienādu paritāti – to summa būs pārskaitlis.

Divu spēlētāju spēle: uz galda ir 7 monētas. Vienā gājienā spēlētājs drīkst ņemt vienu, divas vai trīs monētas. Spēlētāji izdara gājienus pēc kārtas, līdz visas monētas sadalītas. Uzvar tas spēlētājs, kuram ir nepāra skaits monētu.

Vai ir iespējams, ka viens no abiem spēlētājiem var vienmēr uzvarēt, ja gudri spēlē?

Komentārs. Izmēģinot spēli, diezgan ātri var pamanīt, ka uzvaru vienmēr iegūst pirmais spēlētājs, pirmajā gājienā ņemot 2 monētas. Spēles noteikumus var mainīt. Kas notiks, ja sākumā dotas 10 monētas? Kā spēlēt, ja monētu skaits ir 15? Ko var teikt par gadījumu, ja atļauts ņemt tikai 2 vai 3 monētas, bet gadījumu, kad uz galda atliek viena monēta, saukt par neizšķirtu spēles iznākumu? Kādus vēl līdzīgus noteikumus var izdomāt?

Piezīme. Materiālu sagatavošanas avoti:

Atklātā Matemātikas olimpiāde (arhīvs):
http://nms.lu.lv/uzdevumu-arhivs/latvijas-olimpiades/
Invariantu metode. Invarianti procesos. A.Andžāns, A.Reihenova, L.Ramāna, B.Johannessons, Rīga, 1997:
http://nms.lu.lv/wp-content/uploads/2014/05/mat_intvarianti.pdf