

1. Četras kārtis

Tu stāvi ar aizsietām acīm pie apaļa galda, uz kura atrodas 52 kārtis. 48 no tām ir pagrieztas ar attēlu uz leju un četras kārtis ir pagrieztas ar attēlu uz augšu. Kā Tu ar aizsietām acīm sadalīsi šīs kārtis divās grupās tā, lai katrā grupā būtu vienāds skaits kāršu, kuras ir pagrieztas ar attēlu uz augšu?

Atrisinājums

Paņem 4 jebkuras kārtis, apgriez tās otrādi – tā būs viena no grupām. Otra grupa būs pārējās 48 kārtis.

Pārbaudīsim, ka vienmēr iegūsim prasīto.

- 1) Starp 4 izvēlētajām kārtīm nav nevienas kārts no tām, kas jau sākumā bija pagrieztas ar attēlu uz augšu. Tad mēs paņemtu 4 kārtis, apgrieztu otrādi un katrā no grupām būtu 4 kārtis ar attēlu uz augšu.
- 2) Starp 4 izvēlētajām kārtīm ir tieši viena kārts, kas jau sākumā bija pagriezta ar attēlu uz augšu. Apgriežot šīs četras kārtis otrādi, mēs iegūtu 3 kārtis ar attēlu uz augšu katrā no grupām.
- 3) Starp 4 izvēlētajām kārtīm ir tieši divas kārtis, kas jau sākumā bija pagrieztas ar attēlu uz augšu. Apgriežot šīs četras kārtis otrādi, mēs iegūtu 2 kārtis ar attēlu uz augšu katrā no grupām.
- 4) Starp 4 izvēlētajām kārtīm ir tieši trīs kārtis, kas jau sākumā bija pagrieztas ar attēlu uz augšu. Apgriežot šīs četras kārtis otrādi, mēs iegūtu 1 kārti ar attēlu uz augšu katrā no grupām.
- 5) Starp 4 izvēlētajām kārtīm ir visas kārtis, kas jau sākumā bija pagrieztas ar attēlu uz augšu. Apgriežot šīs četras kārtis otrādi, mēs iegūtu situāciju, kad katrā no grupām nebūtu nevienas kārts, kas būtu pagriezta ar attēlu uz augšu.

2. Eksperiments viesnīcā

Mārtiņš piedalījās paraolimpiskajās spēlēs lodes grūšanā un ieguva trešo vietu. Līdzjutēji viņam uzdāvināja divus kokosriekstus, bet Mārtiņam tie negaršo. Šonakt viņam jāpaliek viesnīcā un, lai sevi nodarbinātu, Mārtiņš izdomāja eksperimentu – viņš vēlas noteikt, kurš ir zemākais stāvs, no kura izmests kokosrieksts noteikti sašķīstu. Viesnīcā ir 100 stāvi un tajā darbojas viens lifts. Mārtiņš šobrīd atrodas pirmajā stāvā. Par tā izmantošanu ir jāmaksā 10 centi, ja brauc uz augšu (neatkarīgi no tā, līdz kuram stāvam), un nav jāmaksā nekas, ja brauc uz leju. Mārtiņš var pārvietoties, izmantojot tikai ratiņkrēslu. Mārtiņš dzīvo pirmajā stāvā un viņam ir tikai 1,40 eiro, ko tērēt šim eksperimentam. Kā, izmantojot šos divus kokosriekstus un 1,40 eiro, Mārtiņam noskaidrot eksperimenta rezultātu?

Piezīme. Ja kokosrieksts nokrīt nesašķīst, tad tā cietība turpmākajos eksperimentos nemainās.

Atrisinājums

Mārtiņam vispirms jādodas uz 14. stāvu un jāizmet viens no kokosriekstiem. Ja kokosrieksts nesaplīst, tad jādodas uz 27., 39., 50., 60., 69., 77., 84., 90., 95., 99. un 100. stāvu, līdz pirmais kokosrieksts saplīst. Pēc tā stāva (no šeit norādītajiem, ieskaitot 14.), no kura mests kokosrieksts saplīsa, Mārtiņam jādodas uz to stāvu, kurš ir tieši virs augstākā stāva, no kura mestais kokosrieksts nesaplīsa. Piemēram, ja kokosrieksts saplīsa, kad to meta no 60. stāva, tad Mārtiņam jādodas uz 51. stāvu un jāmet otrs kokosrieksts. Pēc tam Mārtiņam jādodas par vienu stāvu uz augšu, līdz otrs kokosrieksts arī saplīsis. Šis tad arī būs zemākais stāvs, no kura mests kokosrieksts noteikti saplīsis. Ievērojām, ka maksimālais skaits, cik reizes Mārtiņam būtu jāizmanto lifts ir 14 reizes. Katrā no reizēm Mārtiņš iztērēs 10 centus. Tātad šī eksperimenta veikšanai Mārtiņam būs vajadzīgs ne vairāk kā 1,40 eiro.

3. Peldētāji

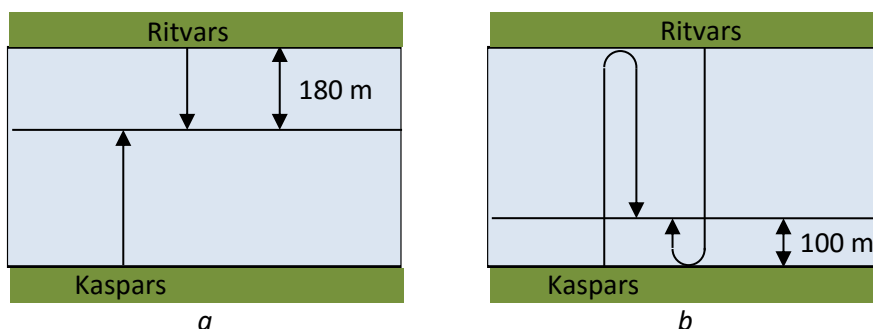
Divi lieliski peldētāji – Kaspars un Ritvars – nolēma mēroties spēkiem. Mērķis bija noskaidrot, kurš pirmais spēs pārpeldēt upi turp un atpakaļ. Viņi sāka katrs savā upes krastā. Abi draugi peldēja pa upi perpendikulāri krastiem ar dažādiem nemainīgiem ātrumiem. Turpceļā viņi satikās 180 metru attālumā no tuvākā krasta. Katrs no viņiem pretējā krastā pavadīja 5 minūtes, lai atpūstos. Atpakaļceļā viņi satikās 100 metrus no tuvākā krasta. Kaspars sacensībās uzvarēja. Cik metrus viņš bija nopeldējis?

Atrisinājums

Līdz pirmajam satikšanās brīdim abi peldētāji kopā ir nopeldējuši vienu upes platumu (skat. 1.att. *a*), bet līdz otrajam satikšanās momentam – trīs upes platumus (skat. 2.att. *b*).

Tā kā puišu kustības ātrumi nemainās, tad no kustības sākuma līdz otrajam tikšanās momentam pagājis trīs reizes vairāk laika nekā līdz pirmajam tikšanās momentam. Tāpēc arī katrs peldētājs atsevišķi no kustības sākuma līdz otrajam tikšanās momentam ir nopeldējis trīs reizes lielāku attālumu, nekā līdz pirmajam tikšanās momentam. Tā kā Ritvars līdz pirmajam tikšanās momentam nopeldēja 180 m, tad līdz otrajam tikšanās momentam viņš nopeldēja $3 \cdot 180 = 540$ m. No 1. attēla *b* redzams, ka upes platums ir $540 - 100 = 440$ m.

Tātad Kaspars nopeldēja $440 \cdot 2 = 880$ m.



1. att.

4. Starpbrīdis

Lai kārtīgi nosvinētu jauno skolas semestri, Andris un Juris nolēma kopīgi atrisināt kādu matemātikas uzdevumu. Viņi atrada šādu uzdevumu:

Dots, ka $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a}$.
Kādas vērtības var pieņemt izteiksme $\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{abc}$?

Palīdzi viņiem to atrisināt!

Atrisinājums

Pieskaitot visām izteiksmēm 2 un vienādojot saucējus, iegūstam $\frac{a+b+c}{c} = \frac{a+b+c}{b} = \frac{a+b+c}{a}$.

„Profesora Cipariņa kluba” 2016./2017. mācību gada
1. nodarbība. **Uzdevumu īsi atrisinājumi.**

Pastāv divas iespējas:

1) $a + b + c = 0$. Tad $a + b = -c$, $a + c = -b$, $b + c = -a$ un izteiksmes vērtība ir

$$\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{abc} = \frac{(-c)(-b)(-a)}{abc} = -1.$$

2) $a + b + c \neq 0$. Tad $\frac{1}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{c} \Rightarrow a = b = c$ un izteiksmes vērtība ir

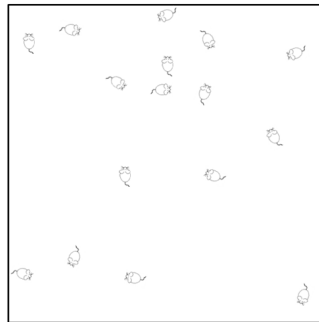
$$\frac{(a+b)(a+c)(b+c)}{abc} = \frac{2a \cdot 2a \cdot 2a}{a \cdot a \cdot a} = 8.$$

Tātad prasītā izteiksme var pieņemt tikai vērtību **-1** vai **8**.

5. Miķelis un peles

Kaķis Miķelis savā kvadrātveida virtuvē uz grīdas atrada 16 aizmigušas peles (skat. 2. att.) un gandrīz notiesātu lielo siera riku uz galda. Miķelis, gribēdams peles pārmācīt, nolēma tās pabaidīt un savstarpēji atdalīt. To viņš paveica, izmantojot kartona plāksnes tā, ka no augšas izskatījās, ka peles ir atdalītas viena no otras ar piecām taisnām līnijām. Kā Miķelim tas izdevās?

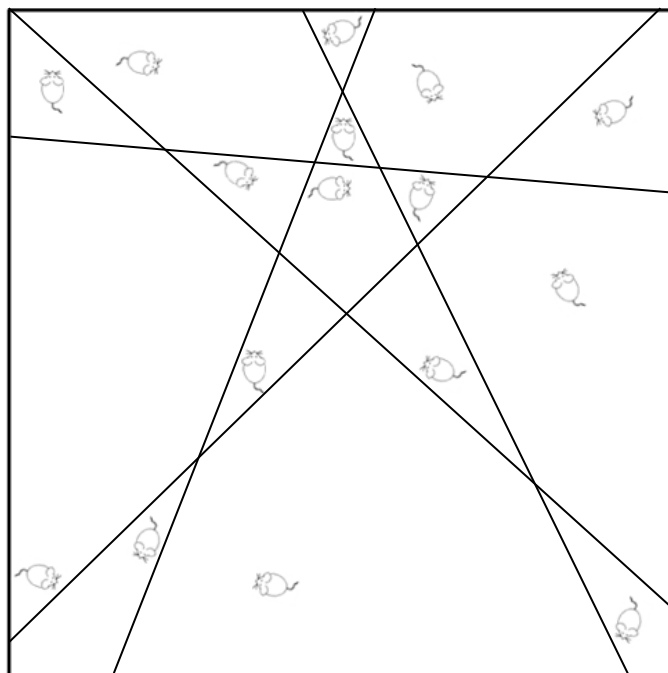
Piezīme. Kartona plāksnes savā ceļā drīkst krustoties. Katrā iegūtajā nodalījumā drīkst atrasties ne vairāk kā viena pele.



2. att.

Atrisinājums

To var izdarīt tā, kā parādīts 3. attēlā.



3. att.