

Matemātikas uzdevumi par Dirihlē principu

Uzdevums 1

Kurmenistānā ir m futbola komandas, katrā pa 11 spēlētājiem. Visi šie spēlētāji ir savākušies lidostā, lai dotos uz futbola turnīru uz Turlandi. Lidmašīna veica 10 reisos no Kurmenistānas un Turlandi un katru reizi aizveda m spēlētājus. Vēl viens spēlētāji nenocietās un aizbrauca uz Turlandi ar autobusu. Pierādiet, ka Turlandē šobrīd vismaz viena no komandām ir pilnā sastāvā.

Uzdevums 2

Doti 8 dažādi naturāli skaitļi, kas nepārsniedz 15. Pierādiet, ka starp šo skaitļu savstarpējām starpībām ir vismaz trīs vienādas.

Uzdevums 3

Kādu maksimālo daudzumu karaļu var novietot uz šaha laukuma tā, lai neviens no tiem neapdraudētu otru?

Uzdevums 4

Pierādiet, ka eksistē skaitļa 3 pakāpe, kas beidzas ar cipariem 001.

Uzdevums 5

Pierādiet, ka jebkurā 5 cilvēku kompānijā eksistē divi ar vienādu paziņu skaitu šajā kompānijā.

Uzdevums 6

Pierādiet, ka starp jebkuriem 6 cilvēkiem eksistē vai nu trīs savstarpēji pazīstami, vai arī trīs savstarpēji nepazīstami.

Uzdevums 7

Kvadrātā 1×1 metrs sameta 51 (punktveida) monētu. Pierādiet, ka ar 20×20 cm papīra lapu var pārklāt 3 monētas.

Uzdevums 8

11 studenti apmeklēja 5 lekcijas (ne obligāti visas). Pierādiet, ka eksistē tādi studenti A un B, ka visas lekcijas, ko apmeklēja A, apmeklēja arī B.

Uzdevums 9

Parkā iestādīti 10000 koku rūtiņa režģa 100×100 virsotnēs. Kādu lielāko daudzumu koku var nocirst, lai stāvēt uz jebkura no celmiem nevarētu redzēt nevienu citu celmu? (t.i., nevieni divi celmi neatrodas uz vienas taisnes tā, ka uz šīs pašas taisnes starp šiem celmiem neatrastos kāds nenocirsts koks)

Uzdevums 10

Kopa A sastāv no 2016 dažādiem skaitļiem, visi šo skaitļu pirmreizinātāji ir mazāki nekā

a) 29

b) 30.

Pierādiet, ka kopā A var atrast tādus 4 dažādus skaitļus a, b, c un d , ka $abcd$ ir naturāla skaitļa kvadrāts!

Bonus-uzdevums

Izdomājiet Dirihlē principa "6. vispārinājumu" – a truši saskrēja b alās, un zināms, ka alas maksimālā ietilpība ir c .

Iespējams, ka starp a , b un c jāievieš papildus sakarības. (piemēram, ja $c > a$ tad šis neatšķiras no parastā Dirihlē principa).