PUNKTIŅŠ Svērsim! Komentāri
17.02.2017

Nodarbības mērķis: Iepazīstināt skolēnus ar sviras svariem un līdzsvara metodi uzdevumu risināšanā. Līdzsvara metode ir arī algebrisku vienādojumu pamatā. Shematiski zīmējumi ļauj vizualizēt vienādošanas procesu, palīdz noteikt sakarības. Nodarbība plānota no 3 daļām – ievada daļa ar situāciju vizuālu attēlošanu, abstrakti uzdevumi un individuālais darbs ar līdzsvaru sistēmām. Individuālā uzdevumu lapa - *palīguzdevumi* - ir dota atsevišķi.

Ievaduzdevumi (ieteicams situācijas attēlot shematiski)

1. Ir sviras svari ar atsvariem un trīs atsvari – 2, 3 un 5 kg smagi. Uzraksti, kā var nosvērt vienu, divus, … 10 kg smagas kastes ar šiem svariem! Vai ir kāda kaste, ko nevar nosvērt?

Piezīmes. Te ir skaidrs, kā interpretēt tiešu vienādību un atsvaru summu. Jāpārrunā, kā attēlot starpību, meklējot 2 vienādus skaitļus. Piemēram, $6 = 5 + 3 – 2$. Vienā svaru pusē liekam 5 un 3 kg atsvarus, otrā pusē - 2 kg atsvaru un 6 kg smago kasti. Jāapspriež, kāpēc nevar nosvērt 9 kg kasti.

2. Kādus 3 atsvarus var lietot, lai nosvērtu visas kastes ar svaru no 1 līdz 10 kg?

Piezīme. Te var būt vairākas atbildes, būtiski saprast, ka trīs skaitļu summa ir 10.

3. Divi gurķi un viens tomāts sver tikpat, cik viens kabacis. Viens tomāts un kabacis sver tikpat, cik 3 gurķi. Cik tomāti sver tikpat, cik viens gurķis?

Piezīme. Lietot aizvietošanas metodi – kabaci aizvieto ar 2 gurķiem un 1 tomātu otrajā svēršanā.

4. Kas sver vairāk – viens arbūzs plus 6 kg atsvars vai 2 arbūzi plus 2 kg atsvars (visi 3 arbūzi sver vienādi)? Padomā!

Piezīme. Lielumu salīdzināšana, novērtēšana. Noskaidrot, kādā gadījumā kopējie svari vienādi. Tad apspriest, kas notiek, ja arbūzs sver citādi nekā 4 kg.

5. Konditors cepa augļu pīrāgus pēc vienas noteiktas receptes. Viņam bija pīrāgi jānosver (tie visi bija ar vienādu svaru), bet atsvari bija tikai 200 g un 120 g. Konditors svēra puspīrāgu, uz svariem liekot abus atsvarus un ceturtdaļu pīrāga. Cik sver viens pīrāgs?

Piezīme. Svaru līdzsvarošana, noņemot vienādos elementus.

Padomāsim, paskaidrosim:

6. Zelta uzpircējam tika nodoti 4 vienāda izskata zelta stieņi. Bija zināms, ka viens no stieņiem ir vieglāks. Kā ar sviras svariem var noteikt vieglāko stieni? Kāds ir mazākais svēršanu skaits?

Risinājums. Uz katra no svaru kausiem liekam 2 stieņus. Viens pāris būs vieglāks. Tad šī pāra stieņus sveram otru reizi, liekot uz kausiem pa vienam stienim. Vieglākais stienis atrasts.

7. Kāds ir mazākais svēršanu skaits, ja ir 9 vienāda izskata zelta stieņi, starp kuriem ir viens vieglāks stienis?

Komentāri. Līdzīgs uzdevums iepriekšējam. Te visi stieņi jāsadala pa trīs. No trijiem stieņiem vieglāko var noteikt ar vienu svēršanu. (Līdzīgu risinājumu skatiet uzdevumā 9.)

8. *Ir 6 vienāda izskata monētas, starp kurām ir 2 mazliet vieglākas. Kā ar 3 svēršanām noteikt abas vieglākās monētas?

Komentāri. Uzdevums līdzīgs iepriekšējam. Sadalām monētas 2 vienādās daļās un sveram. Ja svari nav līdzsvarā, tad abas vieglākās monētas ir vieglākajā kausā. Pietiek ar vienu svēršanu, lai noskaidrotu, kuras monētas tās ir. Ja 3 un 3 monētu svari ir vienādi, tad abās grupās ir pa vienai vieglākai monētai. No trim monētām vienu vieglāku var atrast ar vienu svēršanu.

9. *Dotas 10 vienāda izskata monētas, par kurām zināms, ka starp tām ir viena viltota (nav zināms, vai tā ir vieglāka vai smagāka par īstajām monētām). Kā ar sviras svariem bez atsvariem atrast viltoto monētu, izpildot 3 svēršanas?

Atrisinājums. Sadalām monētas kaudzītēs 3, 3, 3 un 1 monēta. Nosauksim kaudzītes P, Q un R kaudzītes, bet monētu par x.

Ar divām svēršanām nosveram P un Q, pēc tam Q un R. Ja visas kaudzītes sver vienādi, tad "vainīgā" ir monēta x. Ar trešo reizi sveram x un jebkuru pareizo monētu, noskaidrojot, vai viltotā monēta ir vieglāka vai smagāka.

Ja kaudzītēs P, Q un R svari atšķīrās, tad mēs tagad zinām, kura no kaudzītēm satur viltoto monētu un vai tā ir vieglāka vai smagāka par citām. Pieņemsim, ka "vainīgā" kaudzīte ir P un tā bija vieglāka par abām pārējām. Kaudzītes P monētas apzīmēsim a, b, c. Sveram a un b. Ja tās sver vienādi, tad monēta c ir viltota un vieglāka par citām. Ja, piemēram, a ir vieglāka par b, tad monēta a ir viltotā. (Līdzīgi spriež, ja kaudzīte P būtu smagāka par abām parējām kaudzītēm.)

Piezīme 1. Ir līdzīgs uzdevums par 16 monētām, starp kurām viltotā jānoskaidro ar 4 svēršanu palīdzību. Monētas sadala 4 kaudzītēs pa 4 monētām katrā. Ar 2 svēršanām atrodam vai nu 3 vienāda svara kaudzītes (tad pēdējā kaudzīte satur vainīgo monētu), vai arī atrodam vienu kaudzīti, kura ir vieglāka (vai smagāka) par pārējām. No 4 monētām vienu viltotu var atrast ar 2 svēršanām.

Piezīme 2. Daudz "viltīgāk" jārisina uzdevums, kur dotas 12 vienāda izskata monētas, bet viena no tām viltota – vai nu vieglāka, vai smagāka. Viltotā monēta ir jāatrod ar 3 svēršanām.

Piezīmes 2 atrisinājums. Sadalām monētas 3 kaudzītēs. I kaudzītē ir monētas a, b, c, d; II kaudzītē monētas e, f, g, h; III kaudzītē monētas x, y, z, t. Sveram I un II kaudzītes.

Ja svari ir līdzsvarā, tad "sliktā" monēta ir III kaudzītē. Sveram monētas a, b, c un x, y, z. Ja svari vienādi, tad viltotā monēta ir t. Trešajā svēršanā var noskaidrot, vai viltotā ir vieglāka vai smagāka par citām, salīdzinot to, piemēram, ar monētu a. Ja viltotā monēta ir starp x, y, z, tad mēs jau redzam, vai tā ir vieglāka vai smagāka par citām. Starp 3 monētām vienu vieglāko (vai smagāko) var atrast ar vienu svēršanu (skat. 9. uzdevuma risinājumu).

Ja I un II kaudzītes svari ir dažādi, tad pieņemsim, ka I kaudzītes svars ir vieglāks. Skaidrs, ka monētas x, y, z, t ir īstas. Rīkojamies sekojoši: monētas e, f, g atliekam malā. Vienā svaru kausā liekam a, b, c un h, bet otrā – x, y, z, un d. Te 3 iespējas:

1) Svari ir līdzsvarā, tad secinām, ka starp e, f, g monētām ir viltotā un tā ir smagāka par citām. Trešajā svēršanā atrodam "vainīgo".
2) Monētas x, y, z, d kopumā vieglākas nekā a, b, c, h. Secinām, ka viltotā monēta ir viena no d vai h. Trešajā svēršanā salīdzinām x ar d. Ja svari vienādi, tad h monēta ir smagāka nekā citas. Pretējā gadījumā d ir vieglāka par x un tātad viltota.
3) Monētas x, y, z, d kopumā smagākas nekā a, b, c, h. Secinām, ka viltotā monēta ir starp a, b, c un tā ir vieglāka nekā citas. Trešajā svēršanā atrodam viltoto monētu.

10. * Četras pēc ārējā izskata vienādas monētas sver attiecīgi 1g, 2g, 3g un 4g. Kā ar 4 svēršanām uz sviras svariem bez atsvariem noskaidrot, cik sver katra monēta?

Atrisinājums. Apzīmēsim monētas A, B, C un D. Vienā kausā liksim A, B, otrā – C un D.

<u>Ja svari ir līdzsvarā</u>, tad A un B ir 1 un 4 g monētas, bet C un D ir 2 un 3 gramu monētas vai otrādi. Sveram A un B. Pieņemsim ka A ir vieglāka monēta, tad A svars var būt 1 vai 2 grami. Svērsim C un D. Pieņemsim, ka C ir vieglāka, tad tās svars var būt 1 vai 2 grami. Ceturtajā reizē sveram B un D:

Ja $B < D$, tad $B=3$, $D=4$, $A=2$, $C=1$ grami

Ja $B > D$, tad $B=4$, D-3, $A=1$, $C=2$ grami.

Ja svari nav līdzsvarā, pieņemsim, ka A un B sver mazāk kā C un D. Sveram A un B. Pieņemsim, ka A ir vieglāka, tad A=1 grams. Sveram C un D. Pieņemsim, ka D ir smagāka jeb D=4 grami. Ceturtajā reizē sveram B un C. Ja B vieglāka, tad B=2 g, bet C=3 grami. Ja B smagāka, tad B=3, bet C=2 grami.

Piezīme. No 4 skaitļiem var izveidot kopumā 6 pārus. Šos pārus savukārt atkal sadalīsim pa pāriem ((1, 2); (3, 4)); ((1, 3); (2, 4)); ((1, 4); (2, 3)). Šie skaitļu pāri nosaka monētu svēršanas iespējas.

*- uzdevums ir grūts