

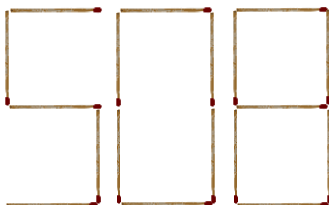
**Jauno matemātiķu konkurss
2016./2017. mācību gads**

4. kārtas uzdevumi un atrisinājumi

1. Iegūsti lielāko!

Pārvietojot divus sērkokociņus no 1.att. redzamā skaitļa, izveido pēc iespējas lielāku skaitli!

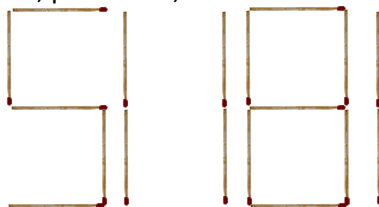
Piezīme. No sērkokociņiem var izveidot šādus ciparus: 1234567890.



1. att.

Atrisinājums

Pārvietojot divus sērkokociņus, var izveidot, piemēram, A1. att. redzamo skaitli.



A1. att.

2. Pāra cipari

Kāds ir mazākais naturālais skaitlis, kas dalās ar 9, un kuram visi cipari ir pāra?

Atrisinājums

Mazākais naturālais skaitlis, kas apmierina uzdevuma nosacījumus, ir 288.

Pamatosim, ka mazāku skaitli nav iespējams atrast. Lai skaitlis dalītos ar 9, tā ciparu summai jādalās ar 9. Tā kā jāmeklē skaitlis, kam visi cipari ir pāra, tad arī šī skaitļa ciparu summa ir pāra skaitlis.

Nav tāda viencipara skaitļa, kam ciparu summa būtu pāra skaitlis, kas dalās ar 9.

Pamatosim, ka nav arī tāda divciparu skaitļa, kas apmierina uzdevuma nosacījumus. Tā kā meklētajā skaitlī visiem cipariem ir jābūt pāra, tad katrs no skaitļa cipariem nevar būt lielāks kā 8, un skaitļa ciparu summa nevar būt lielāka kā 16. Tātad nav tāda divciparu skaitļa, kam ciparu summa ir pāra skaitlis, kas dalās ar 9.

Apskatīsim trīsciparu skaitli \overline{abc} . Tā kā neviens no cipariem nav lielāks kā 8, tad lielākā ciparu summa, ko varam iegūt, ir 24. Vienīgais pāra skaitlis, kas nepārsniedz 24 un dalās ar 9, ir 18. Tātad $a + b + c = 18$. Tā kā jāmeklē mazākais skaitlis, tad skaitļa pirmajam ciparam jābūt pēc iespējas mazākam, tas ir, $a = 2$. Līdz ar to iegūstam $2 + b + c = 18$ jeb $b + c = 16$ un vienīgā iespēja, ka $b = 8$ un $c = 8$. Līdz ar to esam ieguvuši, ka mazākais naturālais skaitlis, kas apmierina uzdevuma nosacījumus, ir 288.

3. Mušas ceļš

Divi soļotāji – Kārlis un Aivars – vienlaicīgi sāka soļot viens otram pretim. Brīdī, kad attālums starp viņiem bija 60 km, muša, kas sēdēja uz Kārļa pleca, sāka lidot pretī Aivaram. To satikusi, muša nekavējoties griezās atpakaļ. Aizlidojusi līdz Kārlim, muša atkal atgriezās pie Aivara. Tā viņa lidoja starp abiem soļotājiem, līdz tie satikās. Muša lidoja starp soļotājiem ar ātrumu 20 km stundā, bet soļotāji visu laiku pārvietojās ar ātrumu 10 km stundā. Cik kilometrus nolidoja muša?

Atrisinājums

Muša nepārtraukti lidoja līdz abi soļotāji satikās. Vienā stundā abi soļotāji kopā nogāja 20 km, tātad tie satikās pēc $60 : 20 = 3$ stundām. Līdz ar to muša kopā nolidoja $3 \cdot 20 = 60$ km.

4. Madagaskara

Četri Centrālparka zoodārza iemītnieki ir izbēguši, taču tie negaidīti ar kuģi tiek nosūtīti uz Āfriku. Uz kuģa tie kapteinim teica:

Lauva Aleks: "Es izdomāju bēgšanas plānu."

Zebra Mārtijs: "Aleks melo."

Žirafe Melmans: "Mārtijs melo."

Nīlzirgs Glorija: "Melmans melo."

Cik no četriem zvēriem teica patiesību?

Atrisinājums

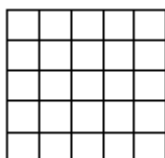
Iespējami divi gadījumi.

1. Ja Aleks teica patiesību, tad meloja Mārtijs, tāpēc patiesību teica Melmans un meloja Glorija.
2. Ja Aleks meloja, tad patiesību teica Mārtijs, tāpēc meloja Melmans un patiesību teica Glorija.

Abos gadījumos patiesību teica divi zvēri.

5. Ledus pils

Ledus Karalienes pils svinību zāles grīda sadalīta 5×5 vienādās kvadrātiskās rūtiņās (skat. 2. att.). Vienā no šīm rūtiņām atrodas kolonna. Visa pārējā grīda ir noklāta ar astoņām 3. att. parādītajām flīzēm tā, ka katra flīzes rūtiņa noklāj tieši vienu grīdas rūtiņu (flīzes nav sagrieztas mazākos gabalos). Kurā rūtiņā var atrasties kolonna?



2. att.



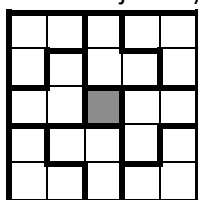
3. att.

Atrisinājums

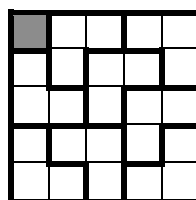
Kolonna var atrasties kādā no A2. att. ar "x" atzīmētajām rūtiņām. Tad, atkarībā no tā, kur atrodas kolonna, pārējā grīda ar flīzēm var būt noklāta tā, kā parādīts A3. att., A4. att. un A5. att. (pagriežot A4. att. un A5. att., iegūst arī pārējos iespējamus flīžu izvietojumus).

x		x		x
x		x		x
x		x		x

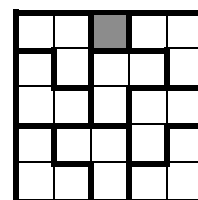
A2. att.



A3. att.



A4. att.



A5. att.

Pamatosim, ka kolonna nevar atrasties nevienā no A2. att. neatzīmētajām rūtiņām. Ja kolonna atrastos kādā no neatzīmētajām rūtiņām, tad visām ar "x" atzīmētajām rūtiņām būtu jābūt noklātām ar flīzēm. Ievērojot, ka viena flīze noklāj ne vairāk kā vienu atzīmēto rūtiņu. Tātad kopā būtu nepieciešamas 9 flīzes, bet uzdevumā dotas tikai 8 flīzes. Līdz ar to kolonna nevar atrasties rūtiņā, kas nav atzīmēta ar "x".