

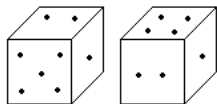
PUNKTIŅŠ Kauliņi ir mesti! Komentāri

24.03.2017

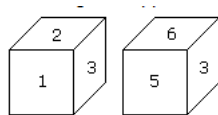
Nodarbības mērķis: Attīstīt skolēnu telpisko iztēli; mācīties izteikt loģiskus pamatojumus. Ceturtā un tālāko uzdevumu risināšanai ir ieteicams skolēniem dot spēļu kauliņus, lai viņi varētu darboties praktiski.

Uzdevumi Ar zvaigznīti * apzīmēti grūtāki uzdevumi

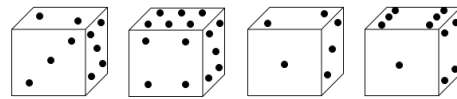
1. a) Nosaki, cik punktu ir uz pirmā kauliņa aizmugurējās skaldnes! b) Kāds skaitlis ir uz pretējās skaldnes skaitlim 4? c) kāds skaitlis ir uz pretējās skaldnes skaitlim 2?



a)



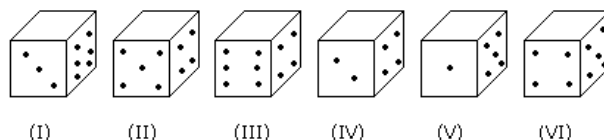
b)



c)

Komentārs. Ievaduzdevums domāts telpiskās iztēles rosināšanai. a) variantā jāiztēlojas, ka kauliņš tiek ripināts par vienu skaldni uz priekšu – divi punkti, kuri kreisajā attēlā bija augšpusē, tagad ir novietoti uz priekšējās skaldnes. Arī b) variantā skaitlis 3 ir uz labās skaldnes, tas nozīmē, ka tam uz blakus skaldnēm ir visi redzami skaitļi, izņemot 4. c) piemērā, aplūkojot divus labējos kauliņus, var ievērot, ka vienam punktam uz pretējās skaldnes ir 5 punkti, tāpēc jāsecina, ka 2 punktiem uz pretējās skaldnes varētu būt 4 vai 6. Lai uz otrā kauliņa iegūtu uz redzamajām skaldnēm 4 un 6, tas jāripina uz priekšu 2 reizes. Tāpat, lai iegūtu ceturtā kauliņa situāciju, trešais kauliņš jāpagriež 2 reizes pa kreisi (vai pa labi). Diviem punktiem pretējā pusē ir 6 punkti.

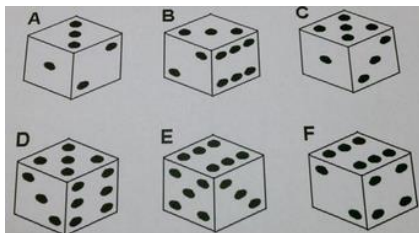
2. Punktu summa uz kauliņu pretējām skaldnēm ir 7. a) ja uz pāra numura kauliņiem uz augšējās skaldnes ir nodzēsti pāra skaits punktu, kāda ir to kopējā summa? b) Pirmajiem 3 kauliņiem katram apakšā punktu skaits ir pāra skaitlis, bet pēdējiem trim katram augšā ir nepāra skaits punktu. Kāda ir pirmo 3 kauliņu nodzēsto punktu summa mīnus pēdējo 3 kauliņu nodzēsto punktu summa?



Komentārs. Te apvienotas vairākas zināšanas – zināšanas par romiešu cipariem, zināšanas par skaitļu pāra un nepāra īpašībām. Pirmais teikums nosaka, ka skaitļi apvienoti pa pāriem (1; 6), (2; 5), (3; 4). Tālāk uzdevums jārisina ar izslēgšanas metodes palīdzību un jāizpilda aritmētiskās darbības.

Piezīme. 1. un 2. uzdevumi ņemti no mājas lapas : <http://www.indiabix.com/verbal-reasoning/dice/>. Te var atrast vēl daudz dažādus piemērus, kā arī ir aprakstīti speciāli pamatošanas likumi: skatīt sadaļā “Dice – introduction”.

3. Te ir 5 pareizi kauliņi no sešiem. Nosaki, kurš ir nepareizais!



Piezīme. Jāievēro punktu savstarpējais izvietojums. (D un F zīmējumā apskatīt, kā 3 punkti novietoti attiecībā pret 5 un 6 punktiem).

4. Izveido no 4 kauliņiem torni, lai punktu summa uz visām sānu skaldnēm ir vienāda!

Risinājums. Ierosināt skolēniem izpētīt spēļu kauliņu – kādas ir tā īpašības: īstā spēļu kauliņa noformējums ir sekojošais: uz pretējām skaldnēm punktu summa ir 7 un punktiem 1, 2, 3 izvietojumā ir labā orientācija. Ievērojot pirmo īpašību, punktu summa uz divām pretējām skaldnēm ir $7 * 4 = 28$. Tāpēc prasītajiem torniņiem punktu summai uz sānu skaldnēm ir jābūt 14 – citi varianti nav iespējami (iespējamās vairākas atbildes).

5. *Tornis ir salikts no 3 kauliņiem. Vai var tā gadīties, ka punktu summa uz tā pretējām sānu skaldnēm ir vienāda?

Atrisinājums. Uzdevums viegli risināms algebriski. Aplūkosim torņa divas pretējās sānu skaldnes. To punktu summa ir $(a + b + c)$ un atbilstoši $7 - (a + b + c)$. Lai summas uz pretējām skaldnēm būtu vienādas, tad jāizpildās vienādībai $(a + b + c) = 7 - (a + b + c)$ jeb $2(a + b + c) = 7$. Tas nav iespējams, jo pāra skaitlis nav vienāds ar nepāra skaitli.

6. Saliec torni no 3 kauliņiem. Kā visātrāk aprēķināt neredzamo punktu summu?

Atrisinājums. Torņa augšējais punktu skaits ir a . Diviem kauliņiem neredzamo skaldņu punktu summa ir 7. Kopējais neredzamo punktu skaits ir $2 * 7 + 7 - a = 21 - a$.

7. Uz galda viens otram blakus nolikti 3 spēļu kauliņi tā, ka to sānu skaldnes pilnīgi saskaras. Punktu summa S uz augšējām skaldnēm ir vienāda ar punktu summu S uz priekšējām skaldnēm. Kāda var būt S vismazākā vērtība, kāda vislielākā? Paskaidro!

Komentāri. Uzdevums nav sarežģīts. Var skolēniem uzdot, lai atrod un tabulā ieraksta visus vai arī cik vien var daudz atrisinājumus (atrisinājumu skaits lielāks par 30). Būtiski ir apspriest, kāda ir mazākā summa un kāda var būt vislielākā summa. Piemēram, šī summa nevar būt 3, jo uz katra kauliņa ir tikai viens punkts 1. Vai summa var būt 4? Summu veido punkti 1; 1; 2, bet tad uz otras skaldnes arī jābūt punktu summai 1; 1; 2, tas nozīmē, ka vajadzīgs spēļu kauliņš ar diviem punktiem 1. Tāpēc mazākā summa ir 5 - uz priekšējām skaldnēm 2; 2; 1., bet uz augšējām skaldnēm atbilstoši 1; 1; 3. Līdzīgi par lielāko summu. (Uzdevums ņemts no [NRICH mājas lapas : https://nrich.maths.org/1016](https://nrich.maths.org/1016))

8. Tās kauliņu torņa skaldnes, kuras saskaras, ir salīmētas. Punktu skaits uz figūras ārējās virsmas ir 91. No cik kauliņiem figūra salīmēta?

Risinājums. Torņa sānu skaldņu punktu skaits ir $14n$. Torņa augšējās skaldnes un apakšas kopējais punktu skaits var atšķirties – tas var būt kāds skaitlis no 2 līdz 12. Kauliņu skaits ir 6 (augšā un apakšā punktu summa ir 7)

9. Figūra salīmēta no 4 kauliņiem. Uz ārējās virsmas punktu skaits ir 57. Kādā veidā kauliņi salīmēti?

Risinājums. Šis ir izpētes uzdevums, kur var rosināt atrast principiāli dažādus atrisinājumus. Ja figūra būtu tornis, tad punktu skaits būtu vismaz 58, jo sānu skaldnēs punktu summa ir $4 \cdot 14 = 56$. Augšā un apakšā punktu summa ir vismaz 2. Tas nozīmē, ka vismaz 1 kauliņš pielīmēts torņa sānos vai arī izveidota kāda cita telpiska figūra – telpisks tetromino, kas nav tornis. Te var būt dažādi risinājumi. Konfigurācija var būt kvadrātiska – uz augšējās un apakšējās kvadrātu virsmas kopumā ir 28 punkti. Tad sānu skaldnes jāpagroza tā, lai kopējā summa ir 29. Var veidot arī T – veida vai L – veida konfigurāciju, vai arī telpisku Z – konfigurāciju.

10. *Artūrs uzmeta vairākus kauliņus. To kopējā punktu summa dalās ar jebkuru divu kauliņu punktu reizinājumu un vismaz trīs kauliņu punktu skaits ir savstarpēji atšķirīgs un lielāks par 1. Kāds ir mazākais kauliņu skaits, ko Artūrs varēja uzmet?

Atrisinājums. Vispirms jāaplūko 2 kauliņu izmesto dažādo punktu reizinājums, ja punkti ir vairāk kā 1. Kopumā ir 10 iespējamie dažādo pāru reizinājumi: 6; 8; 10; 12; 12; 15; 18; 20; 24; 30. Šajā virknē atrodam tādu mazāko skaitli, kas dalās ar trim iepriekšējiem skaitļiem – tas ir skaitlis 24, kurš dalās ar 6; 8; un 12. (Trīs skaitļus aplūko tāpēc, ka tie veido 3 pārus – 3 reizinājumus no 2 skaitļiem). Trīs dažādo kauliņu izmesto punktu skaits var būt 2, 3, un 4 punkti. Punktu summa ir 9, tāpēc atlikušo kauliņu punktu summa būs 15. Nebūs kauliņi ar punktu skaitu 6, jo 24 nedalās ar $3 \cdot 6$. Nebūs arī punktu skaits 5 vai 4 vai 3 – 24 nedalās ar 15, nedalās ar 16 un ar 9. 15 punktus var veidot mazākais 7 kauliņi uz kuriem uzkrīta 2 punkti un 1 kauliņš ar 1 punktu. Kopumā Artūrs varēja izmest 11 kauliņus, uz kuriem uzkrīta punkti 1; 3; 4 un uz 8 kauliņiem uzkrīta 2 punkti.