PUNKTIŅŠ Uzdevumu “kokteilis”
6.10.2017

Nodarbības mērķis: uzdot skolēniem dažāda veida uzdevumus, kuru atrisināšana neprasa dziļas matemātikas zināšanas. Ievadnodarbība

1. Lita dārzā savāca 16 lielus, zeltainus bumbierus. Pusi no tiem viņa atdeva Ritai. Rita pusi no saviem bumbieriem atdeva Vitai. Vita pusi no bumbieriem atdeva Zitai. Lita, ievērojusi, ka Vitai ir maz bumbieru, atdeva viņai pusi no saviem bumbieriem. Cik bumbieru ir katrai no meitenēm?

Komentārs. Uzdevumu ieteicams risināt shematiski. Uz lapas atzīmējam 16 punktus, tad sākam dalīt “bumbierus”. Rezultātā Vitai tika visvairāk bumbieru.

Atbilde: Litai 4; Ritai 4; Vitai 6; Zitai 2 bumbieri.

2. Taisnstūris sastāv no 8 x 10 rūtiņām. Tajā jāizmitina 2 suņi, daži kaķi un daži jēri. Katram kaķim dzīvei vajag vienu rūtiņu. Katram sunim dzīvei vajag 2 x 2 rūtiņu kvadrātu. Katram jēram dzīvei vajag 10 rūtiņu lielu patvaļīgas formas apgabalu. Neviena suņa mītne ne ar malām, ne stūriem nedrīkst saskarties ne ar vienu jēra mītni. Kāds ir lielākais izvietojamais jēru daudzums?

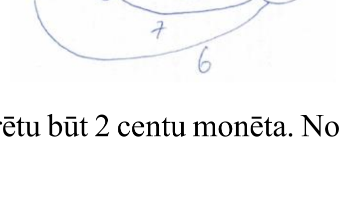
Piezīme. Ar skolēniem jāpārrunā, kā viņi ir sapratuši uzdevumā dotos lielumus, jo skolēnu uzdevuma interpretācijas var būt visai dažādas – lasi – kļūdainas.

Risinājums. Kas uzdevumā ir noteikti zināms? Tā ir pilna informācija par suņiem. Ir divi suņi, viņi kopumā aizņem 8 rūtiņas. Ja gribam izvietot lielāko iespējamo skaitu jēru, tad suņus vajag izvietot ekonomiski. Kā to saprast – “ekonomiski”?

Ja aplūkojam situāciju – taisnstūrī ir 80 rūtiņas, kur 8 no tām aizņem suņi. Atliek 72 rūtiņas, kurās teorētiski varētu izvietot 7 jērus. Taču suņu aploki nedrīkst saskarties ar jēru aplokiem. Tas nozīmē, ka starp suņu aizņemtiem kvadrātiem un jēru aplokiem ir jāizvieto kaķi kā aizsargjosla. Tāpēc visekonomiskākais abu suņu izvietojums ir blakus taisnstūra 8 x 10 stūrī, tad aizsargjosla ir 7 rūtiņu gara. Tas nozīmē, ka atliek ne vairāk kā 65 rūtiņas jēru izvietošanai. Tāpēc lielākais var izvietot 6 jērus. To nav grūti konstruēt (2 suņi, 6 jēri un 12 kaķi).

3. Montai maciņā ir 4 monētas. Viņa noteikti var samaksāt jebkuru cenu, sākot no viena centa līdz astoņiem. Viena monēta pazuda. Tagad vienu no minētajām cenām nevar samaksāt. Kāda monēta pazuda?

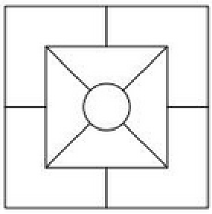
Atrisinājums. Mazākās monētas ir 1, 2, 5 un 10 centi. Noteikti ir jābūt viena centa monētai, lai varētu samaksāt 1 centu. Ir jābūt arī 2 centu monētai, lai varētu samaksāt 4 centus: 2 + 2 = 4 vai arī 1 + 1 + 2 = 4 (ja būs 4 monētas pa vienam centam, tad to summa nebūs 8). Tāpēc komplektā noteikti būs monētas 1, 2, 5 centu vērtībā un ceturtā monēta varētu būt 2 centi. To var attēlot shematiski:



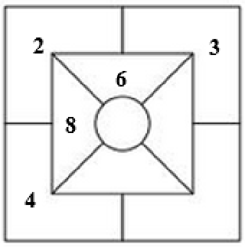
Grafiskais attēls parāda, ka pazudusi varētu būt 2 centu monēta. No monētām 1, 2, 5 var salikt visas summas no 1 līdz 8, izņemot 4.

Atrisinājums varētu būt arī citāds - Montai varbūt bija monētas 1, 1, 2 un 5 centi un pazuda 1 centa monēta. (Uzdevumam ir divi atrisinājumi)

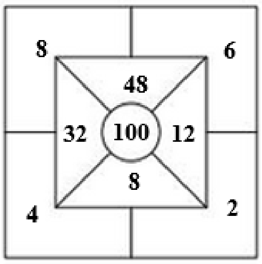
4. Kvadrāta 9 lauciņos jāieraksta naturāli skaitļi. Starp tiem noteikti jābūt vismaz pa vienam skaitlim 2, 4, 6, un 8. Iekšējā kvadrāta lauciņos ir blakus esošajos ārējos lauciņos ierakstīto skaitļu reizinājums. Centrā ir iekšējā kvadrāta visu skaitļu summa. Vai var panākt, ka aplī ir ierakstīts skaitlis 100? Kāda ir iespējami mazākā skaitļu summa aplī?



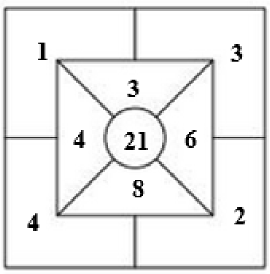
Atrisinājums. Ja lauciņos ir jābūt skaitļiem 2, 4, 6 un 8, tad tie var būt ierakstīti ārējos lauciņos, vai arī iekšējos, ņemot vērā, ka $2=1\cdot 2$; $4=2\cdot 2$; $6=2\cdot 3$; $8=2\cdot 4$ vai arī pēdējos trīs skaitļus var izteikt kā skaitļa paša reizinājumu ar 1. Vispirms novērtēsim, cik liela var būt summa aplī. Ja ārējos lauciņos secīgi ierakstīsim skaitļus 3, 2, 4, tad viņu savstarpējie reizinājumi ir 6 un 8, un skaitļu izvietošanas prasības ir ievērotas:



Atlikušajā stūra lauciņā var ierakstīt cik patīk lielu skaitli, tā aplī var iegūt neierobežoti lielu summu. Tomēr no šīs konfigurācijas aplī nevar iegūt 100: ja stūrī ieraksta skaitli n, tad centrālā summa būs $6+8+4n+3n=14+7n\neq 100$, jo 86 nedalās ar 7. Tomēr skaitli 100 vidū var iegūt, piemēram:



Mazākie skaitļi, kuri nepieciešami, lai kvadrātā ierakstītu gan 2, gan 4, gan 6, gan 8 ir 1, 2, 3 un 4. Ja ārējos laukumos izvēlamies mazāku skaitļu komplektu 1, 2, 2, tad atlikušajā ceturtajā laukumā mēs nevaram ierakstīt tādu skaitli, lai vienlaikus iegūtu reizinājumu 6 un 8. Ja ārējos laukumos kādu skaitli aizstātu ar lielāku skaitli, piemēram 6, tad kopējā summa centrā palielinātos. Vismazāko summu iegūst ārējos laukumos ierakstot skaitļus 1, 2, 3, 4:

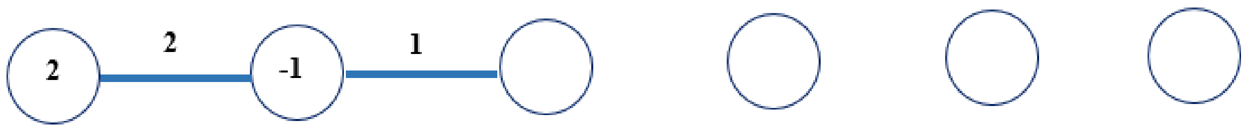


5. Galapunktā autobusā iekāpa divi pasažieri. Nākamajās nepāra pieturvietās pasažieri tikai iekāpa, bet pāra pieturvietās tikai izkāpa. Katrā ceļa posmā pasažieru skaits bija visi dažādi skaitļi, kas mazāki par 6. Nevienu reizi autobuss nebija tukšs. Kāda bija pasažieru iekāpšanas un izkāpšanas secība pieturvietās?

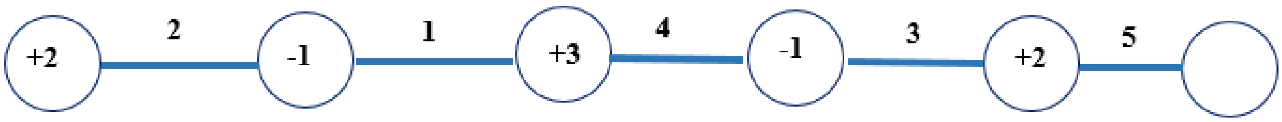
Atrisinājums. Skaitļi, kas mazāki par 6 ir 1, 2, 3, 4, 5 (0 neder, jo nevienu posmu autobuss nebrauca tukšs). Tātad ir 5 ceļa posmi, kas sākas ar pirmo pieturu un beidzas ar sesto.

Pietura:	1	2	3	4	5	6
pasažieri	iekāpj	izkāpj	iekāpj	izkāpj	iekāpj	

Pirmajā pieturā iekāpa 2 pasažieri, tāpēc pirmo ceļa posmu brauc 2 pasažieri. Otrajā pieturā izkāpj viens, jo autobuss nebrauc tukšs:



Trešajā pieturā varētu iekāpt 2 vai 3, vai 4 pasažieri. Ņemot vērā, ka ceturtajā pieturā kādam jāizkāpj, tad nevar būt, ka iekāps 2 pasažieri, jo tad divus ceļa posmus būs veicis vienāds pasažieru skaits. Ja trešajā pieturā iekāpj 3 pasažieri:



Otrs atrisinājums, ja trešajā pieturā iekāpj 4 pasažieri: