

PUNKTIŅŠ (B grupa) Dzīve rūķu ciematā

10.11.2017

Īsi uzdevumu atrisinājumi un paskaidrojumi

1. Rūķīša Gudrīša dēls Aksels bija palaidies slinkumā un nopelnīja sliktu atzīmi matemātikā. Gudrītis lika Akselim atrisināt 5 uzdevumus un par katru nepareizi atrisināto uzdevumu lika atrisināt uzdevumu pareizi un uzdeva vēl divus papildus uzdevumus. Kopumā Aksels atrisināja 17 uzdevumus. Cik no šiem uzdevumiem Aksels sākotnēji bija atrisinājis nepareizi?

Atrisinājums. Akselam bija jāatrisina 5 uzdevumi. Viņš saņēma $17 - 5 = 12$ papildus uzdevumus. Katri 2 papildus uzdevumi tika doti par vienu nepareizu risinājumu. Tātad kopumā Aksels bija nepareizi atrisinājis $12 : 2 = 6$ uzdevumus.

2. Divas rūķu mammas rūpīgi mizo 400 kartupeļus. Pirmā mamma nomizo 3 kartupeļus minūtē, bet otrā mamma – divus. Cik ilgi viņas strādāja, ja otrā mamma kartupeļus mizoja 25 minūtes ilgāk?

Padomi. Atbildi uz jautājumiem: 1) Cik kartupeļus otrā mamma nomizoja pēdējo 25 minūšu laikā? 2) Cik kartupeļus vienā minūtē mizoja abas mammas kopā?

Atrisinājums. Otrā mamma 25 minūtēs nomizoja 50 kartupeļus. Abas mammas kopā nomizoja 350 kartupeļus ar kopējo mizošanas ātrumu 5 kartupeļi minūtē. Uz to viņas patērēja $350 : 5 = 70$ minūtes. Tad kopējais darba laiks visu kartupeļu mizošanai bija $70 + 25 = 95$ minūtes. – pusotru stundu un 5 minūtes.

3. Rūķis Klusiņš dzīvo ļoti noslēgti. Zināms, ka viņa vecākais dēls piedzima pirms 12 gadiem, bet jaunākais – pirms gada. Klusiņa meita Maija savā 75 gadu dzimšanas dienā pastāstīja draudzenei, ka šobrīd viņas jaunāko brālīšu gadu summa sakrīt ar Maijas gadu skaitu. Vēl viņa pastāstīja arī, ka ir viens dvīņu pāris, bet pārējo brāļu vecums ir savstarpēji atšķirīgs. Cik brālīšu ir Maijai?

Atrisinājums. Uzdevumā dotie lielumi ir nepietiekami, lai iegūtu precīzu brālīšu skaitu. Tomēr to var novērtēt, tas ir, var atrast lielāko iespējamo brāļu skaitu un atrast mazāko iespējamo brāļu skaitu. Zināms ir, ka jaunākais brālītis ir vienu gadu vecs, bet vecākais brālītis ir 12 gadu vecs. No uzdevuma nosacījumiem var noprast, ka ir viens vecākais un viens jaunākais brālis. Ja gribam novērtēt mazāko iespējamo brāļu skaitu, tad dvīņi varētu būt 11 gadu veci. Un tad mazākais brāļu skaits ir 9: tie ir 1, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 11 un 12 gadu veci. Lielāko brāļu skaitu iegūsim, ja dvīņi varētu būt divus gadus veci. Tad ir 12 brāļi, kuru vecums ir 1, 2, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 gadi.

No tā secinām, ka Maijai varētu būt 9, 10, 11 vai 12 jaunākie brāļi.

4. Trīs rūķi Rūsiņš, Ūsiņš un Klusiņš ir sagatavojuši dzērveņu sulu. Viņiem ir 7 pilnas mucīņas, 7 puspilnas mucīņas un 7 tukšas mucīņas. Kā viņiem sadalīt mucīņas un sulu tā, lai sula nav jāpārlej un lai visiem trim būtu vienāds mucīņu skaits un sulas daudzums?

Atrisinājums. Sulas daudzumu noteiksim “mucīnās”. Sulas kopējais daudzums ir 10,5 mucīņas. Katram jāsaņem 3,5 mucīņas sulas un 7 mucīņas kopumā. Diviem rūķiem var dot katram 3 pilnas mucīņas un pa vienai puspilnai mucīnai. Tad mucīņu skaits katram būs 4 mucīņas. Un vēl viņiem pienākas 3 tukšas mucīņas katram. Trešais rūķis ņem visu atlikušo – vienu pilnu mucīņu, 5 pustukšas un 1 tukšo mucīņu. Mucīņas var dalīt arī citādi. Kā?

5. Rūķu saimes pagrabā bija sešas mucīņas ar dzērveņu sulu, kurās bija 15, 16, 18, 19, 20, un 31 litrs sulas. Rūķis Klusiņš paņēma divas mucīņas sulas Maijas dzimšanas dienas svinībām, bet rūķis Pukstiņš paņēma 3 mucīņas. Izrādījās, ka Klusiņš paņēmis divas reizes mazāk sulas, nekā Pukstiņš.

Viena mucīņa vēl palika pagrabā. Cik tajā litru sulas?

Atbilde. Pagrabā palika 20 litru mucīņa.

Padoms. Ja Klusiņam ir divas reizes mazāk sulas nekā Pukstiņam, tad paņemtās sulas daudzumu izsaka skaitlis, kas dalās ar 3.

Atrisinājums. Doto skaitļu summa ir $15 + 16 + 18 + 19 + 20 + 31 = 119$. Jāizvēlas tie pieci skaitļi, kuru summa dalās ar 3, jo Klusiņa paņemtās sulas daudzums ir $1/3$ no piecu paņemto mucīņu tilpuma, bet Pukstiņa sulas daudzums ir $2/3$ no tā. Vienīgais skaitlis, kuru no sešu skaitļu summas var izslēgt ir skaitlis 20. Atlikušo 5 mucīņu tilpumu kopējā summa ir 99. Klusiņš paņēmis 33 litrus, bet Pukstiņš 66 litrus. Tātad Klusiņam bija mucīņas 15 un 18 litru tilpumā, bet Pukstiņam 16, 19 un 31 litra mucīņas.

Piezīme. Uzdevumu var risināt arī vispārīgāk. Aplūkosim skaitļu atlikumus, kādi rodas, tos dalot ar 3:

Skaitlis	15	16	18	19	20	31
Atlikums	0	1	0	1	2	1

Lai trīs skaitļu summa dalītos ar 3, to atlikumi var būt 0, 1, 2 vai arī 1, 1, 1. Jāievēro, ka šo trīs skaitļu summa ir arī pārskaitlis (otrais rūķis paņēma divreiz vairāk nekā pirmais). Skaitļu trijnieki, kuri apmierina šīs prasības ir

(15, 20, 31); (15, 19, 20); (16, 18, 20); (16, 19, 31). Šo skaitļu summas ir

66 54 54 66

Skaitļu summas 54 neder, jo tāda skaitļa puse ir 27, kur divu mazāko doto skaitļu summa to pārsniedz ($15 + 16 = 31$). Ja otrs rūķis paņēma 15, 20 un 31 litra mucīņu, tad pirmajam bija jāizvēlas tās divas mucīņas, kuru tilpuma skaitlis dalās ar 3. Atlikušo skaitļu atlikumu summa ir tikai $1 + 0 = 1$ vai arī $1 + 1 = 2$. Tad risinājums nav iespējams. Pirmais rūķis var izvēlēties tikai 15 un 18 litru mucīņas, jo citādo otrs rūķis nevarētu izvēlēties divas reizes vairāk (ja pirmais rūķis izvēlas 19 un 20 litrus vai 20 un 31 litru, tad otrs rūķis nevar atrast 3 skaitļus, kuru summa dalās ar 3. – vēro atlikumus!). Otrs rūķis izvēlējās 16, 19 un 31 litra mucīņas.

6. Rudenī rūķi dodas mežā sēņot un ogot. Puse no rūķiem un vēl pusrūķis devās lasīt dzērvenes. Puse no atlikušajiem rūķiem un pusrūķis devās lasīt brūklenes. Puse no atlikušajiem rūķiem un pusrūķis aizgāja sēņot. Puse no atlikušajiem rūķiem un pusrūķis aizgāja savākt ķērpjus. Visi rūķi bija devušies mežā, neviens nepalika mājās. Cik viņu bija?

Atrisinājums. Uzdevums formulēts joka veidā, te jāpadomā, par ko ir runa. Jāsaprot, ka domāta tāda grupa, kurā ir nepāra skaits rūķu. Uzdevuma risinājums ir jāsāk no beigām: Cik rūķu aizgāja savākt ķērpjus, ja mājās vairs neviens nepalika? Pirms pēdējā gājiena bija atlikuši x rūķi, tad sastādām vienādtību: $x - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \cdot 1 = 0$, seko, ka $x = 1$. Uzdevumu risina, atkāpjoties no beigām uz sākumu. Pirms sēņošanas grupā bija 3 rūķi, kur 2 aizgāja sēņot, bet tas viens, kurš palika, gāja lasīt ķērpjus. Tā noskaidrojam, ka iesākumā bija 15 rūķi. Puse no tiem un pusrūķis devās dzērvenēs: $\frac{15}{2} + \frac{1}{2} = 8$. Atlika

7 rūķi, no kuriem 4 devās lasīt brūklenes. No atlikušiem 3 divi sēņoja, bet pēdējais rūķis lasīja ķērpjus.

Seši brāļi grib brālīgi sadalīt 5 picas. Šīs picas nedrīkst sagriezt katru sešās vienādās daļās, drīkst griezt citādi. Kā viņiem jādala picas? a) Kāds ir mazākais griezumu skaits? b) Kā sadalīt, lai katram brālim būtu citāda porcija un katru picu griež citādi vienādās daļās (b) gadījumā drīkst vienu picu sagriezt arī 6 daļās)?

Risinājums. Ja ir 5 picas, tad katram brālim ir jāsaņem $\frac{5}{6}$ daļas picas. Ievērosim, ka $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

a) No tā secinām, ka 3 picas var griezt uz pusēm, bet atlikušās – 3 vienādās daļās, izdarot griezumus līdz centram (sadalot picu 3 vienādos sektoros). Tad kopējais griezumu skaits ir 9 – trīs griezumi, griežot picas uz pusēm un divām picām 3 griezumi līdz centram.

b) Piemēram: vienu picu griež uz pusēm, otru – 3 vienādās daļās, trešo 4 vienādās daļās, ceturto – 6 vienādās daļās, bet piekto – 12 vienādās daļās. Tad var veidot sekojošos komplektus:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}; \quad \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6}; \quad \frac{1}{4} + 7 \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{6}; \quad \frac{1}{2} + 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{6}; \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{12} = \frac{5}{6};$$

$$\frac{1}{4} + 3 \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{5}{6}; \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{4} = \frac{5}{6}$$