

PUNKTIŅŠ (B grupa) Spēlītes
17.11.2017

Risinājumi un paskaidrojumi

1. Vienpadsmit čūskas cieši viena pie otras saritinājušās vienā mudžeklī kvadrāta iekšpusē. Atrodi tās zīmējumā, katru iekrāso citā krāsā. Nav brīvu rūtiņu.

			5	4					
							3		4
						2		2	
6				1					
		5	1				3		
					7	6		7	8
			10	11					
	11				10		9		
						9	8		

Piezīme. Ir iespējami dažādi atrisinājumi, piemēram:

			5	4					
								3	4
							2		2
6					1				
		5	1					3	
					7	6		7	8
			10	11					
	11				10		9		
						9	8		

Izvelc līnijas, kā tieši katra čūska ir saritinājusies!

Divu spēlētāju spēles, kur spēlētāji gājienu izdara pēc kārtas

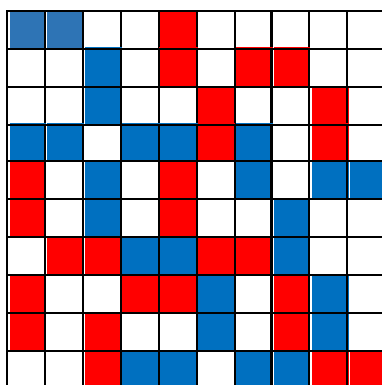
Piezīme. Pirmo divu spēļu stratēģija pamatojas uz simetrijas principu. Pēdējām divām spēlēm jāanalizē speciālgadījumi, vispirms izpētot arī iespējamās spēlēs beigu pozīcijas.

2. Uz papīra rindā savilkta minusu svītriņas (brīvi izvēlēts skaits). Spēlētājs savā gājienā var pārvērst par plusiņu vai nu vienu, vai arī divas blakus stāvošas svītriņas. Uzvarētājs ir tas, kurš izdara pēdējo gājienu.

Spēles stratēģija. Uzvarēt var pirmais spēlētājs. Ja ir nepāra skaits svītriņu, tad viņš vai viņa izvēlas centrālo svītriņu un atzīmē tur plusiņu. Ja ir pāra skaits svītriņu, tad pirmais spēlētājs izvēlas divas centrālās svītriņas, kurās ievilkta plusiņus. Visos nākošajos gājienos pirmais spēlētājs simetriski atkārto pretinieka darbības. Ja pretiniekam ir kāds gājiens, tad arī pirmajam spēlētājam tāds ir.

3. Divi spēlētāji pēc kārtas izkrāso divas blakus esošas rūtiņas kvadrātā ar izmēru 10 x 10 rūtiņas. Krāsošanu sāk no diviem diagonāli pretējiem kvadrāta stūriem. Vienas krāsas figūras obligāti saskaras ar stūriem, bet ne ar malām. Zaudētājs ir tas spēlētājs, kurš vairs nevar izdarīt gājienu.

Spēles piemērs. Spēlētājs, kurš lieto zilo krāsojumu, ir zaudētājs, jo vairs nav iespējams iekrāsot divas zilās rūtiņas saskaņā ar spēles noteikumiem.



Spēles stratēģija. Spēlē vienmēr var uzvarēt otrais spēlētājs, ja atkārto pirmā spēlētāja izvēli simetriski attiecībā pret centru. Ja pirmajam spēlētājam ir atlicis kāds gājiens, tad tāds tas arī ir otrajam spēlētājam.

4. Rindā izvietoti 19 aplīši. Uz pirmā aplīša novietots kauliņš. Kauliņu drīkst pārbīdīt par vienu, diviem vai 3 aplīšiem. Spēlētāji izdara gājienu pēc kārtas. Uzvarētājs ir tas, kurš kauliņu novieto uz pēdējā aplīša.

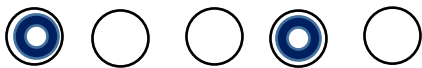
Spēles stratēģija. Spēle jāanalizē, sākot no beigām. Ja kauliņš ir nonācis vienā no pēdējiem četriem aplīšiem, tad tas ir nonācis "uzvarētāja pozīcijās". Tas spēlētājs, kuram ir gājiens, var pārbīdīt kauliņu uz pēdējo pozīciju. Tāpēc ir izdevīgi censties novietot kauliņu uz piektā aplīša no beigām, tad pretinieks var pārbīdīt kauliņu ne vairāk kā 3 pozīcijas uz priekšu. Tālāk jāatrod veids, kā nonākt šajā pozīcijā. Līdzīgi spriežam, ka kauliņš ir jānovieto devītajā pozīcijā no beigām, lai pretinieks nevarētu savu kauliņu nolikt uz piektā aplīša no beigām. Un tā turpinām. Šajā spēlē uzvarēs pirmais spēlētājs, ja viņš vai viņa kauliņu izvietos uz noteiktiem aplīšiem - 3-šā, 7-tā, 11-tā un 15-tā aplīšiem, šoreiz skaitot no sākuma.

5. Rindā izvietoti 21 aplītis. Trīs kauliņi ir izvietoti uz kaut kādiem trīs dažādiem aplīšiem, bet neviens kauliņš nav uz pēdējā aplīša. Spēlētājs drīkst pārbīdīt kādu kauliņu uz jebkuru brīvu aplīti virzienā uz priekšu, tas ir, pa labi. Citiem kauliņiem pārlēkt nedrīkst. Ja kauliņš sasniedz pēdējo aplīti, to no spēles noņem. Vinnētājs ir tas spēlētājs, kurš no spēles noņem pēdējo kauliņu.

Spēles stratēģija. Spēles iznākums ir atkarīgs no tā, kā sākotnēji ir izvietoti kauliņi. Tāpēc jāatrod speciālos izvietojumus, kuri spēlētājam garantē uzvaru. Vienosimies, ka to kauliņu, kurš ir vistuvāk spēles beigu aplītim labajā pusē, sauksim par pirmo kauliņu, nākamo - par otro, bet to, kurš tuvāk spēlētājam - par trešo. Īsuma pēc arī teiksim “noņemt kauliņu” no spēles lauka, kas nozīmē, ka kauliņu pārvieto uz pēdējo aplīti, no kura kauliņu var noņemt. Ievērosim arī, ka pirmo kauliņu iespējams uzreiz pārvietot uz pēdējo aplīti un noņemt no spēles, ja tas ir neieciešams.

Vispirms pieņemsim, ka uz spēles laukuma ir palikuši tikai divi kauliņi. Ja starp tiem ir atstarpe (vismaz viens brīvs aplītis), tad pirmais spēlētājs otro kauliņu pārvieto uz pirmajam kauliņam blakus esošo aplīti. Tad otrajam spēlētājam ir tikai viena iespēja - pārbīdīt pirmo kauliņu. Pirmais spēlētājs “seko cieši pa pēdām otrajam spēlētājam”, tas ir, visu laiku pārvieto otro kauliņu blakus pirmajam. Līdz ar to pirmo kauliņu no spēles noņem otrais spēlētājs, tāpēc pirmais spēlētājs ir uzvarējis. Ja sākuma pozīcijā abi kauliņi blakus, tad vinnē otrais spēlētājs.

Uzvarošā pozīcija pirmajam spēlētājam (aplīšu rindas fragments):

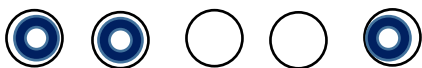


Uzvarošā pozīcija otrajam spēlētājam:



Ievērojot nupat veikto divu kauliņu izvietojuma iespējas, var spriest pa sekojošo pozīciju: Ja otrais un trešais kauliņi ir uz blakus aplīšiem, tad uzvar pirmais spēlētājs, noņemot pirmo kauliņu no spēles. Paliek pozīcija ar diviem kauliņiem blakus, kas garantē pirmā spēlētāja uzvaru.

Uzvarošā pozīcija pirmajam spēlētājam:



Ja starp otro un trešo kauliņu ir vismaz viens brīvs aplītis, tad jāšķiro divi gadījumi. (Teiksim “attālums” – brīvo aplīšu skaits.)

- 1) Ja attālums starp otro un trešo kauliņu sakrīt ar pirmā kauliņa attālumu līdz spēles pēdējam aplītim to ieskaitot, tad uzvar otrais spēlētājs, pareizi spēlējot. Viņa stratēģija ir saglabāt šo attālumu vienādību. Ja pretinieks pārvieto pirmo kauliņu, tad spēlētājs pārvieto trešo kauliņu par tikpat daudz pozīcijām kā tika pārvietots pirmais. Ja pretinieks pārvieto otro kauliņu, tad spēlētājs pārvieto trešo kauliņu par tikpat daudz pozīcijām. Ja pretinieks pārvieto trešo kauliņu, tad spēlētājs pārvieto pirmo kauliņu par tikpat daudz pozīcijām. Rezultātā pretinieks ir spiests vai nu noņemt pirmo kauliņu, tad var novietot atlikušos divus kauliņus blakus. Ja pretinieks novieto otro un trešo kauliņus blakus, tad var noņemt pirmo kauliņu.

Uzvarošās pozīcijas piemērs otrajam spēlētājam (aplīšu rindas beigu fragments):



- 2) Ja pirmajā gadījumā aprakstītā attālumu vienādība nav gadījusies, tad uzvar pirmais spēlētājs. Vispirms nosaka, kurš attālums ir lielāks – starp otro un trešo kauliņu, vai pirmā kauliņa attālums līdz beigām. Ja pirmā kauliņa attālums līdz pēdējam aplītim ir lielāks, tad pārvieto pirmo kauliņu tā, lai minētie attālumi ir vienādi. Ja attālums starp otro un trešo kauliņu ir lielāks, tad pārvieto trešo kauliņu. Iegūst pirmajā gadījumā aprakstīto kauliņu izvietojumu. Pirmais spēlētājs pielieto pirmajā gadījumā aprakstīto stratēģiju un uzvar.

Komentārs. Salīdzinot divas pēdējās spēles, var ievērot, ka pirmajā spēlē atkarībā no aplīšu skaita var uzvarēt vai nu pirmais, vai otrais spēlētājs (piemēram, ja būtu 21 aplītis, uzvarēt var otrais spēlētājs). Otrajā spēlē aplīšu skaitam nav būtiska nozīme – te noteicošais ir kauliņu izvietojums. Ieteicams arī izpētīt pēdējo spēli, ja uz aplīšiem izvietoti 4 vai vairāk kauliņi. Interaktīvā veidā spēli *Slippery snail* var izspēlēt NRICH mājas lapā <https://nrich.maths.org/1210>