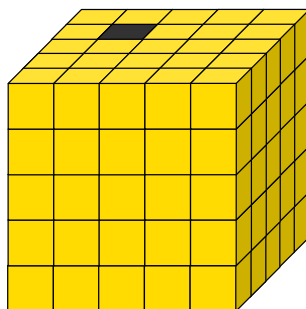


„Profesora Cipariņa kluba” 2017./2018. mācību gada
1. nodarbība. **Uzdevumu īsi atrisinājumi.**

1. Sierēdāji

Kaķis Miķelis virtuvē uz galda atstāja siera kubu, kas sadalīts $5 \times 5 \times 5$ mazākos kubiņos tā, kā parādīts 1. attēlā. Pirmajā naktī uz virtuvi atnāca pele un, ieraudzījusi siera kubu, nolēma panaškoties – viņa apēda vienu no mazajiem siera kubiņiem (1. att. atzīmētais melnais kubiņš). Otrajā naktī pele bija ataicinājusi līdzī savu ģimeni un kopīgi viņi notiesāja visus tos siera kubiņus, ar kuriem pirmajā naktī apēstajam kubiņam (melnajam kubiņam) bija kopīga skaldne. Trešajā naktī pele paņēma līdzī arī visus savus draugus, un viņi kopīgi apēda tos siera kubiņus, kuriem bija kāda kopīga skaldne ar otrajā naktī apēstajiem kubiņiem. Cik kubiņi bija palikuši uz galda, kad ceturtais dienas rītā Miķelis atcerējās par sieru?



1. att.

Atrisinājums

2. attēlā pa slāņiem var redzēt, kurus siera kubiņus katrā naktī apēda peles.

3.	2.	3.		
2.	1.	2.	3.	
3.	2.	3.		
	3.			

1. slānis

	3.			
3.	2.	3.		
	3.			

2. slānis

	3.			

3. slānis

2. att.

Tātad kopā peles apēda $1 + 5 + 11 = 17$ siera kubiņus.

Sākmā pavisam bija $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ siera kubiņi.

Kad ceturtais dienas rītā Miķelis atcerējās par sieru, uz galda bija palikuši $125 - 17 = 108$ siera kubiņi.

2. Banāni

Septiņi minjoni nozaga maisu ar banāniem no augļu veikala. Bailēs no dusmīgā pārdevēja minjoni skrēja bez apstājas, līdz nonāca mežā. Tā kā bija jau krēsla, un minjoni skrienot bija ļoti piekusuši, viņi nolēma nedaudz nosnausties. Kamēr pārējie minjoni gulēja, Deivs un Stjuarts pamodās. Viņi nolēma sadalīt banānus savā starpā. Bet, kad viņi bija vienādās daļās sadalījuši banānus, viens banāns palika pāri. Tāpēc viņi pamodināja arī Kevinu. Diemžēl arī šoreiz, sadalot banānus vienādās daļās, viens banāns palika pāri. Tad viņi pamodināja Džeriju un atkal centās vienlīdzīgi sadalīt banānus – tas neizdevās, jo arī šoreiz viens banāns palika pāri. Tāpat notika arī tad, kad viņi

1. nodarbība. **Uzdevumu īsi atrisinājumi.**

pamodināja Marku un vēlāk arī Filu – vienmēr viens banāns palika pāri. Visbeidzot viņi pamodināja septīto minjonu – Bobu. Un šoreiz viņiem izdevās sadalīt visus banānus septiņās vienādās daļās. Kāds ir mazākais iespējamais banānu skaits, ko varēja nozagt minjoni?

Atrisinājums

Banānu skaitam ir jādalās ar 7, bet, dalot ar 2, 3, 4, 5 un 6, tam atlikumā jādod 1. Mazākais kopīgais dalāmais skaitļiem 2, 3, 4, 5 un 6 ir skaitlis 60. Tātad banānu skaits dalīsies ar 7 un būs par 1 lielāks nekā skaitļa 60 daudzkārtņis.

$$60 + 1 = 61 - \text{nedalās ar } 7,$$

$$60 \cdot 2 + 1 = 121 - \text{nedalās ar } 7,$$

$$60 \cdot 3 + 1 = 181 - \text{nedalās ar } 7,$$

$$60 \cdot 4 + 1 = 241 - \text{nedalās ar } 7,$$

$$60 \cdot 5 + 1 = 301 - \text{dalās ar } 7, 301 : 7 = 43.$$

Tā kā 301 ir mazākais skaitlis, kas atbilst uzdevuma nosacījumiem, tad tas arī ir mūsu meklētais skaitlis. Minjoni nozaga **301** banānu.

3. Trīs brāji

Trīs brāji – Visvaldis, Tālivaldis un Druvvaldis – nolēma piedalīties spēlē. Katram no viņiem uz galvas uzlika cepuri, uz kuras uzrakstīts kāds naturāls skaitlis. Viņi varēja redzēt pārējo brāļu skaitļus, bet nevarēja redzēt savējo. Brāji zināja, ka uz vienas cepures uzrakstītais skaitlis ir abu pārējo skaitļu summa. Tad katram no viņiem pēc kārtas jautāja, kāds skaitlis ir uzrakstīts uz viņa cepures. Pirmajā aplī Visvaldis, Tālivaldis un Druvvaldis pēc kārtas pateica, ka nezina, kāds skaitlis uzrakstīts uz viņa cepures. Otrajā aplī pirmais atbildēja Visvaldis un paziņoja, ka viņa skaitlis ir 50. Visvaldis nekļūdījās. Kādi skaitļi bija uzrakstīti uz Tālivalža un Druvvalža cepurēm?

Atceries! Nulle nav naturāls skaitlis.

Atrisinājums

Uz Visvalža cepures ir skaitlis **50**, Tālivalža – **20** un Druvvalža – **30**.

Visvaldis savā pirmajā gājienā nezina, vai uz viņa cepures ir skaitlis 50 (summa) vai 10 (starpība). Līdzīgi ne Tālivaldis, ne Druvvaldis nevar uzreiz nosaukt savus skaitļus.

Otrajā aplī Visvaldis domā šādi:

Ja uz manas cepures būtu skaitlis 10, tad Druvvaldis domātu, ka viņam ir vai nu 10, vai 30. Ja viņam būtu 10, tad Tālivaldis uzreiz pateiktu, ka viņa skaitlis ir 20. Bet tā nenotika. Tātad Druvvaldis zinātu, ka viņa skaitlis ir 30 un to teiktu jau pirmajā aplī. Bet viņš tā neteica. Tātad mans (Visvalža) skaitlis ir 50.

Pierādīsim, ka šis ir vienīgais iespējamais variants.

Apskatīsim, ko domā katrs no brājiem.

Pirmajā aplī Visvaldis saka, ka nezina savu skaitli. Tātad uz brāļu cepurēm nav skaitļi $2x$, x un x , kur x ir kāds naturāls skaitlis.

Tālivaldis apgalvo, ka arī nezina skaitli, kas rakstīts uz viņa cepures. Tātad uz cepurēm nav skaitļi x , $2x$ un x . Tālivaldis arī zina, ka uz cepurēm nav skaitļi $2x$, x un x . Ja Tālivaldis redzētu skaitļus $2x$ un x , tad viņš zinātu, ka viņa skaitlis ir $3x$ (jo tas nebūtu x). Bet viņš neko neteica. Tātad uz cepurēm nav skaitļi $2x$, $3x$ un x .

1. nodarbība. **Uzdevumu īsi atrisinājumi.**

Druvvaldis zinātu savu skaitli, ja redzētu divus vienādus skaitļus. Bet viņš nezināja, tātad uz cepurēm nav skaitļi x , x un $2x$. Druvvaldis zina arī to, ka uz cepurēm nav iepriekš apskatītās skaitļu kombinācijas: $2x, x$ un x ; $x, 2x$ un x ; $2x, 3x$ un x . Tātad Druvvaldis zinātu savu skaitli, ja redzētu uz brāļu cepurēm skaitļus

- $2x$ un x -> tad viņam būtu $3x$ (jo x nevarētu būt)
- x un $2x$ -> tad viņam būtu $3x$ (jo x nevarētu būt)
- $2x$ un $3x$ -> tad viņam būtu $5x$ (jo x nevarētu būt)

Tā kā Druvvaldis neko neteica, tad uz cepurēm nav uzrakstīti skaitļi: $2x, x$ un $3x$; $x, 2x$ un $3x$; $2x, 3x$ un $5x$.

Apskatīsim visus gadījumus, kad otrajā aplī Visvaldis varētu precīzi nosaukt savu skaitli. To viņš varētu izdarīt tikai tad, ja pilnīgi noteikti zinātu, ka viņam var būt tikai skaitļu summa, vai tikai skaitļu starpība, ņemot vērā iepriekš aprakstītā situācijas:

Gadījums, kad jau pirmajā aplī tiktu atminēts kāds skaitlis uz cepures	Gadījums, kad Visvaldis var izdomāt savu skaitli otrajā aplī
$2x, x$ un x	$0, x$ un x – nevar būt, jo 0 nav naturāls skaitlis
$x, 2x$ un x	$3x, 2x$ un x
$2x, 3x$ un x	$4x, 3x$ un x
x, x un $2x$	$3x, x$ un $2x$
$2x, x$ un $3x$	$4x, x$ un $3x$
$x, 2x$ un $3x$	$5x, 2x$ un $3x$
$2x, 3x$ un $5x$	$8x, 3x$ un $5x$

Visvaldis nosauca skaitli 50. Tā kā visi skaitļi ir naturāli, tad vienīgais gadījums, kas apmierina uzdevuma nosacījumus, ir $5x, 2x$ un $3x$. Un uz cepurē rakstītie skaitļi ir **50, 20 un 30**.

4. Kepler-186f

Zinātnieki atklāja Zemes izmēra planētu Kepler-186f, uz kuras varētu būt dzīvība. Lai to labāk izpētītu, uz tās tika izveidota viena stacija. Galvenā kosmonauta Laimoņa plāns ir izpētes sākumā aplidot pilnu apli apkārt jaunajai planētai. Izpētes raķete pārvietojas ar nemainīgu ātrumu – vienu loka grādu minūtē. Tā kā pilns aplis ir 360 loka grādi, tad pilns lidojums kopā aizņemtu 360 minūtes jeb 6 stundas. Diemžēl izpētes raķetes bākā var iepildīt tikai 180 litrus degvielas – tik daudz, lai varētu nolidot tieši pusi paredzētā ceļa. Vienīgā vieta, kur raķete var nosēsties un uzpildīt degvielu, ir uz planētas izveidotajā stacijā. Laimonis izdomāja plānu, kā viņš neapstājoties varētu aplidot pilnu apli ap jaunatklāto planētu, sadarbojoties ar diviem citiem kosmonautiem, kas vadītu tādas pašas izpētes raķetes. Raķetes var momentāni mainīt savu lidošanas virzienu un, nesamazinot ātrumu, no vienas raķetes pārpumpēt otrā raķetē degvielu, ja tās atrodas blakus viena otrai. Kāds bija Laimoņa plāns, ja zināms, ka visas trīs raķetes pēc izpētes sveikas un veselas atgriezās stacijā?

Atrisinājums

Kosmonautus, kas palīdz Laimonim, nosauksim par Ansi un Brenci. Visas trīs raķetes ar pilnu bāku vienlaicīgi izlido no stacijas pulksteņrādītāja virzienā. Pēc 45 minūtēm raķetes nonāk punktā A (skat. 3. att.), kas ir 45 loka grādu attālumā no stacijas. Šajā brīdī no Anša raķetes tiek pārpumpēti

1. nodarbība. **Uzdevumu īsi atrisinājumi.**

45 litri degvielas Brenča raķetē un 45 litrus Laimoņa raķetē. Anša raķetē paliek 45 litri degvielas, Brenča un Laimoņa raķetēs – pa 180 litriem. Ansis dodas atpakaļ uz staciju, bet Laimonis un Brencis dodas tālāk.

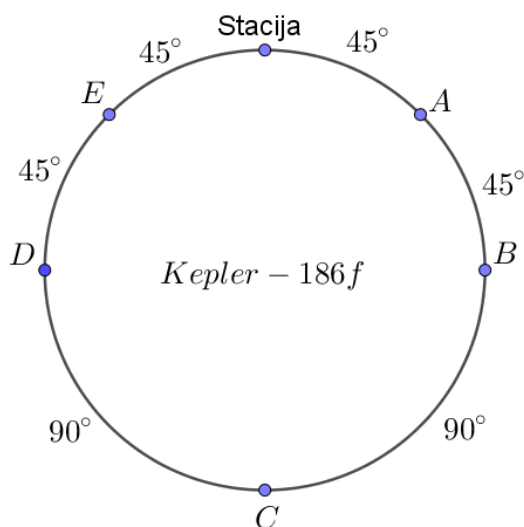
Pēc 90 minūtēm kopš misijas sākuma Laimonis un Brencis ir nolidojis 90 loka grādus un atrodas punktā B. No Brenča raķetes tiek pārpumpēti 45 litri degvielas Laimoņa raķetē. Tagad Laimoņa raķetē ir 180 litri degvielas un Brenča raķetē 90 litri. Brencis dodas atpakaļ uz staciju pretēji pulksteņrādītāja virzienam, bet Laimonis turpina kustību pulksteņrādītāja virzienā.

Kad pagājušas 180 minūtes kopš misijas sākuma, Laimoņa raķete atrodas punkta C, un šajā brīdī no stacijas pretēji pulksteņrādītāja virzienam izbrauc Ansis ar pilnu bāku.

Laimoņa raķete un Anša raķete satiekas pēc 270 minūtēm pēc misijas sākuma punktā D un no Anša raķetes tiek pārpumpēti 45 litri degvielas Laimoņa raķetē. Tagad katrā no raķetēm ir 45 litri degvielas. Šajā brīdī no stacijas pretēji pulksteņrādītāja virzienam ar pilnu bāku izbrauc Brencis.

Visas trīs raķetes satiekas pēc 315 minūtēm punktā E, kad līdz stacijai atlikuši 45 loka grādi. No Brenča raķetes tiek pārpumpēti 45 litri degvielas Anša raķetē un 45 litri degvielas Laimoņa raķetē. Tagad katrā raķetē ir 45 litri degvielas – tieši tik daudz, lai katra no raķetēm varētu nonākt stacijā.

1. tabulā apkopota informācija par Laimoņa, Anša un Brenča misiju.



3.att.

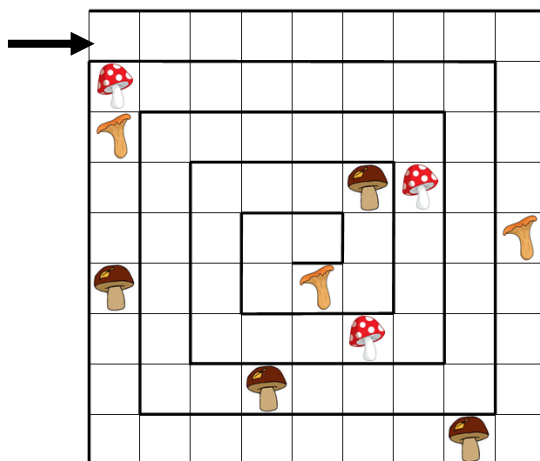
1. Tabula

Laiks min, kas pagājis no misijas sākuma	Degvielas daudzums raķetēs nonākot un izbraucot no kādas vietas (iekavās norādīta tā brīža raķetes atrašanās vieta), ar bultiņu norādīts raķetes turpmākais kustības virziens		
	Laimoņa	Anša	Brenča
0	0 → 180 (stacija) ↷	0 → 180 (stacija) ↷	0 → 180 (stacija) ↷
45	135 → 180 (A) ↷	135 → 45 (A) ↶	135 → 180 (A) ↷
90	135 → 180 (B) ↷	0 → 180 (stacija)	135 → 90 (B) ↶
180	90 (C) ↷	180 (stacija) ↶	0 → 180 (stacija)
270	0 → 45 (D) ↷	90 → 45 (D) ↷	180 (stacija) ↶
315	0 → 45 (E) ↷	0 → 45 (E) ↷	135 → 45 (E) ↷
360	0 (stacija)	0 (stacija)	0 (stacija)

Piezīme. Šis nav vienīgais iespējamais risinājums.

5. Sēņu laiks

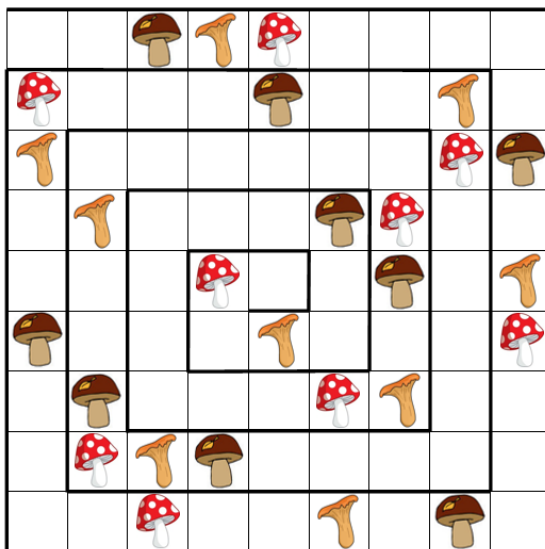
Kādā saulainā rudens dienā sēņojot Veldze bija iemaldījusies neparastā mežā. Tas kā labirints veda meiteni pa spirālveida ceļu meža biežoknī (skat. 4. att.). Melnā bulta norāda Veldzes ceļa virzienu. Pa ceļam uz meža centru Veldze atrada sēnes – baraviku, gaileni, mušmīri, baraviku, gaileni, mušmīri, ..., baraviku, gaileni, mušmīri. Atrasto sēņu secība nemainījās. Pēdējā sēne, ko atrada Veldze, bija mušmīre. Ja pieņemam, ka meža ceļu var attēlot rūtiņu plaknē tā, kā parādīts 4. attēlā, tad cik baravikas atrada Veldze un kur tās mežā atradās? Zīmējumā parādītas tikai dažas no atrastajām sēnēm. Zināms, ka katrā rūtiņā var atrasties ne vairāk kā viena sēne un katrā kolonnā un katrā rindā atrodas tieši viena baravika, tieši viena gailene un tieši viena mušmīre.



4. att.

Atrisinājums

Veldze atrada **9** baravikas. 5. attēlā parādītas visu sēņu atrašanās vietas mežā.



5. att.