

PUNKTIŅŠ (B grupa) Kura daļa?

15.12.2017

Īsi risinājumi un komentāri

1. Kronīšu ģimene vakariņām pasūtīja divas picas – lielo un mazo. Lielo picu piegādāja sagrieztu 8 šķēlēs, bet mazo – 6 šķēlēs. Una un Jana izvēlējās mazo picu, no kuras Una apēda vienu trešo daļu, bet Jana – vienu sesto daļu. Lielo picu ēda tētis, mamma un brālis Uģis. Tētis apēda ceturto daļu no lielās picas, brālis – sesto daļu no atlikušās lielās picas, bet mamma picu ēda pati pēdējā, izvēloties pusi no atlikušajām šķēlēm. Cik gabaliņus apēda katrs? Kāda daļa mazās un lielās picas atlika?

Komentārs. Šis ir vienkāršs iesildīšanās uzdevums, viegli atrisināms, izveidojot shematiskus zīmējumus.

Atbilde. Palika puse no mazās picas un 5/16 daļas no lielās.

2. Spēļu veikalā Emīls nopirka brīnum skaistas stikla lodītes, kuras pārdevējs iebēra papīra turzā. Diemžēl uz ielas papīra maisiņš pārplīsa un visas lodītes izbira uz ielas. Viena trešdaļa no lodītēm ielas slīpumā aizriboja tālu, viena sestā daļa iekrita ūdens notekā. Pusi no tām lodītēm, kuras bija palikušas Emīla tuvumā, nočiepa garām skrejošie bērni. Trešo daļu no tām lodītēm, kuras Emīls salasīja, nācās izmest, jo tās bija saplīsušas. Emīls skumīgi ielika kabatā atlikušās 14 lodītes. Cik lodīšu viņš nopirka?

Atbilde. Emīls nopirka 84 lodītes.

Atrisinājums. Šo uzdevumu jāsāk risināt no beigām.

Ja Emīls izmeta trešo daļu no salasītajām lodītēm, tad viņš kabatā ielika divas trešās daļas no tām. Seko, ka viņš izmeta 7 lodītes. Tāpēc Emīls salasīja 21 lodīti. Tikpat daudz, cik Emīls salasīja – 21 lodīti – nočiepa garām skrejošie bērni. Tas bija puse no tām lodītēm, kuras bija palikušas Emīla tuvumā. Tātad viņa tuvumā bija palikušas 42 lodītes. Trešā daļa no visām lodītēm aizriboja, sestā daļa noslīka. Viena trešdaļa plus viena sestā daļa ir puse no dotajām lodītēm. Tātad Emīls nopirka 84 lodītes.

3. Uz galda spēles n lauciņiem ir jāizvieto sarkanās un melnās figūriņas. Ja uz galda liktu tikai sarkanās figūras, tad 6 lauciņi paliktu tukši. Ja uz puses no visiem lauciņiem liktu tikai sarkanās figūriņas, bet uz otras puses – tikai melnās, tad paliktu pāri 4 sarkanās figūriņas, bet pietrūktu divas melnās. Cik lauciņu ir uz galda, cik ir sarkano un cik ir melno figūriņu?

Atbilde. Spēlei ir 20 lauciņi, 14 sarkanās figūriņas un 8 melnās figūriņas.

Atrisinājums. Apzīmēsim sarkano figūriņu skaitu ar s , melno – ar m . Uzdevuma dotos izteiksim ar vienādību palīdzību. Lauciņu skaits ir par 6 lielāks nekā sarkano figūriņu skaits: $s = n - 6$.

Sarkano figūriņu skaits ir par 4 lielāks nekā puse no lauciņiem: $s = \frac{n}{2} + 4$, bet melno figūriņu skaits:

$$m = \frac{n}{2} - 2.$$

No pirmām divām vienādībām var sastādīt vienādojumu:

$$n - 6 = \frac{n}{2} + 4$$

$$\frac{n}{2} = 10; \quad n = 20$$

Tad sarkano figūriņu skaits ir 14, bet melno 8.

4. Jaunās spēles iepakojumā katram atsevišķam spēles kauliņam ir izveidota atsevišķa iedobe. Kastē iespējams izvietot 10×10 iedobes, bet kastes labā apakšējā stūrī ir izveidota īpaša iedobe kvadrātiskai spēles noteikumu grāmatiņai. Ir septiņu krāsu kauliņi. Puse no tiem ir sarkani, ceturtda daļa melni, divpadsmitā daļa zili. Viena pilna rinda ir piepildīta ar ziliem un zaļiem kauliņiem, viena saīsinātā rinda (saīsinātās rindas atrodas blakus grāmatiņai) pilna ar oranžiem kauliņiem. Divas no īsajām rindām ir piepildītas ar daļu no sarkanajiem kauliņiem, bet atlikušie sarkanie kauliņi piepilda vairākas pilnas garās rindas. Ir tikai viens balts kauliņš, bet visas atlikušās pozīcijas piepilda dzeltenie kauliņi. Cik dažādu kauliņu ir un kā tie ir izvietoti kastē?¹

Atrisinājums. Kopumā kastē varētu būt 100 iedobes, bet kvadrātisku skaitu no tām aizņem grāmatiņa. Grāmatiņas izmērs ir vismaz 3×3 pozīcijas. Garo rindu skaits arī ir vismaz 3. Ievērojot, ka sarkanie kauliņi ir puse no visiem kauliņiem, redzam, ka kauliņu skaits ir pāra skaitlis. No tā seko, ka grāmatiņa var aizņemt 4×4 vai 6×6 pozīcijas. Zilo kauliņu skaits ir divpadsmitā daļa, tāpēc visu kauliņu skaits ir skaitļa 12 daudzkārtņš, kas var būt 12, 24, 48, 60, 72, 84, 96. Ja grāmatiņa aizņemtu 16 pozīcijas, tad kauliņu skaits būtu $100 - 16 = 84$. Ja grāmatiņa aizņemtu 36 pozīcijas, tad kauliņu skaits būtu $100 - 36 = 64$. Bet 64 nedalās ar 12. Tātad kauliņu skaits ir 84, ir 4 īsās un 6 garās rindas. No šejienes seko atrisinājums.

Zilo kauliņu ir $84 : 12 = 6$, zaļo kauliņu skaits ir $10 - 6 = 4$.

Melno kauliņu skaits ir 21. Oranžo kauliņu skaits ir 6. Sarkano kauliņu skaits ir 42, kur 12 no tiem aizpilda divas īsās rindas, bet atlikušie aizpilda 3 garās rindas.

Dzelteno kauliņu skaits ir $84 - 6 - 4 - 6 - 42 - 1 = 25$.

5. Uzsākot spēli, tās visi spēļu kauliņi kaut kādā veidā ir jāsadala diviem spēlētājiem. Mareks ieteica sadalīt kauliņus attiecībā $5 : 4$, bet Edis ieteica sadalīt kauliņus attiecībā $5 : 6$. Mareks nebija ar mieru, jo tad viņš dabūtu par 20 kauliņiem mazāk. Cik ir spēles kauliņu?

Atbilde. Spēles komplektā ir 198 kauliņi.

Atrisinājums. Kauliņu skaitu apzīmēsim ar n . Pirmajā sadalījumā Mareks iegūtu $5/9$ daļas no kauliņiem, bet otrajā - $5/11$ daļas. Starpība būtu 20 kauliņi. Iegūstam vienādojumu:

$$\frac{5}{9}n - \frac{5}{11}n = 20$$

Saīsinām abas puses ar 5 un atrisinām

$$\begin{aligned} \frac{1}{9}n - \frac{1}{11}n &= 4 \\ (11 - 9)n &= 4 \cdot 99 \\ n &= 198 \end{aligned}$$

¹ Fractions in a Box. <https://nrich.maths.org/1103>