LATVIJAS UNIVERSITĀTE
ANNO 1919

LATVIJAS UNIVERSITĀTE
Fizikas un matemātikas fakultāte
A.Liepas Neklātienes matemātikas skola

Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

5. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

16.02.2018.

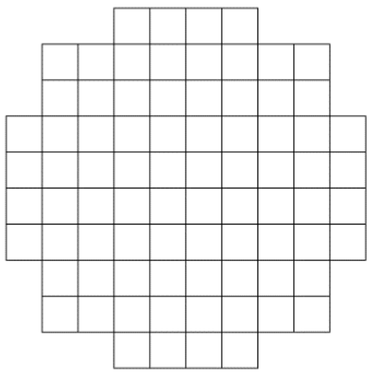
1. Parādi divus dažādus piemērus, kādi naturāli skaitļi var būt ierakstīti $\square$ vietā, lai ir patiesa vienādība

$$\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}+\frac{1}{\square}=1$$

Piezīme. Piemēri, kas atšķiras tikai ar saskaitāmo secību, nav dažādi.

2. Tautas deju kolektīvā ir 18 dejotāji, jaunākajam no tiem ir 11 gadi, bet vecākajam – 15 gadi.
a) Vai noteikti šajā kolektīvā ir dejotājs, kuram ir 13 gadi?
b) Vai varētu gadīties, ka šajā kolektīvā ir tikai četru dažādu vecumu dejotāji?
c) Vai noteikti šajā kolektīvā ir vismaz pieci dejotāji, kam ir vienāds gadu skaits?
d) Vai noteikti šajā kolektīvā ir vismaz četri dejotāji, kam ir vienāds gadu skaits?

3. Sadali 1. att. doto figūru 8 vienādās daļās, tā, lai dalījuma līnijas ietu pa rūtiņu malām!
Piezīme. Daļas var būt pagrieztas vai apmestas otrādi attiecībā viena pret otru. Divas figūras sauc par vienādām, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras pilnīgi sakrīt.



1. att.

4. Parādi vienu piemēru, kādi naturāli skaitļi var būt ierakstīti burtu vietā, lai katru trīs pēc kārtas esošu skaitļu summa būtu 20.

$$7, a, b, c, d, e, f, 9$$

5. Divi spēlētāji pēc kārtas ņem konfektes no konfekšu kaudzes. Katrā gājienā jāpaņem vismaz viena, bet ne vairāk kā septiņas konfektes. Uzvar tas spēlētājs, kurš paņem pēdējo konfekti. Kurš no spēlētājiem (pirmais vai otrais) vienmēr var uzvarēt (neatkarīgi no pretinieka gājieniem), ja sākumā konfekšu kaudzē ir **a)** 64 konfektes, **b)** 2018 konfektes?

Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

6. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

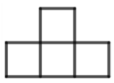
16.02.2018.

1. Parādi vienu piemēru, kādus naturālus skaitļus var ierakstīt burtu a, b, c vietā, lai ir patiesa vienādība

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=\frac{4}{5}$$

2. Koru finālskatē piedalījās desmit zēnu kori, kopā 291 dalībnieks. Katrs dalībnieks dzied tieši vienā korī.
a) Vai noteikti ir tāds koris, kurā ir tieši 20 dalībnieki?
b) Vai var gadīties, ka ir tāds koris, kurā ir tieši 32 dalībnieki?
c) Vai var apgalvot, ka ir tieši viens tāds koris, kurā ir vismaz 30 dalībnieki?
d) Vai noteikti ir tāds koris, kurā ir vismaz 30 dalībnieki?

3. Vai taisnstūri ar izmēriem 6×8 rūtiņas var pārklāt ar **a)** divām 2. att. dotajām figūrām un 20 figūrām, kādas dotas 3. att.; **b)** vienu 2. att. doto figūru un 22 figūrām, kādas dotas 3. att.? Figūras drīkst pagriezt.



2. att.

3. att.

4. Divciparu skaitļa sākumā un beigās pierakstīja ciparu 1. Ieguva četrciparu skaitli, kas ir 23 reizes lielāks nekā sākotnējais divciparu skaitlis. Kāds bija sākotnējais divciparu skaitlis? *Atrodi visus derīgos divciparu skaitļus un pamato, ka citu nav!*

5. Divi spēlētāji pēc kārtas ņem konfektes no konfekšu kaudzes. Katrā gājienā jāpaņem vismaz viena, bet ne vairāk kā septiņas konfektes. Zaudē tas spēlētājs, kuram jāņem pēdējā konfekte. Kurš no spēlētājiem (pirmais vai otrais) vienmēr var uzvarēt (neatkarīgi no pretinieka gājieniem), ja sākumā konfekšu kaudzē ir **a)** 81 konfekte, **b)** 2018 konfektes?

Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

7. klase

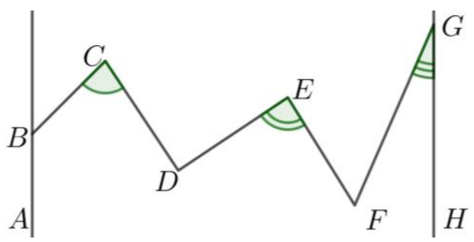
Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

16.02.2018.

1. Četrstāvu mājai ir vairāk nekā 200 logu. Zināms, ka pirmajā stāvā ir nepāra skaits logu, bet katrā no nākamiem stāviem to ir tieši par diviem mazāk nekā stāvu zemāk. Kāds mazākais logu skaits var būt šīs mājas ceturtajā stāvā?

2. Maisiņā bija 10 sarkanas, 10 dzeltenas un 10 zaļas lentes. Tautas deju kolektīva astoņas meitenes katra izvēlējās vienu lenti no šī maisiņa.
a) Vai var apgalvot, ka tieši četras meitenes izvēlējās vienādas krāsas lentes?
b) Vai noteikti ir vismaz trīs meitenes, kas izvēlējās vienādas krāsas lentes?
c) Kāds mazākais skaits lenšu būtu jāizņem no maisiņa, lai varētu apgalvot, ka vismaz četras no tām ir vienā krāsā?

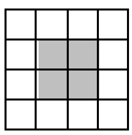
3. Aprēķināt $\sphericalangle BCD + \sphericalangle DEF + \sphericalangle FGH$ (skat. 4. att.), ja $AB||GH$, $\sphericalangle ABC = 120°$, $\sphericalangle CDE = 90°$ un $\sphericalangle EFG = 60°$.



4. att.

4. Dots, ka piecciparu skaitlis $\overline{acbba}$ dalās ar 11 un $a > b > c$. Pierādīt, ka var atrast trīs citus piecciparu skaitļus, kas dalās ar 11, ir lielāki nekā $\overline{acbba}$ un veidoti, samainot vietām sākotnējā skaitļa ciparus!

5. Visi naturālie skaitļi no 1 līdz 16 ierakstīti tabulas (skat. 5. att.) rūtiņās, katrā rūtiņā tieši viens skaitlis. Visās tabulas rindās, kolonnās un uz abām galvenajām diagonālēm rūtiņās ierakstīto skaitļu summas ir vienādas. Pierādīt, ka iekrāsotajās rūtiņās ierakstīto skaitļu summa ir 34.



5. att.

Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

8. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

16.02.2018.

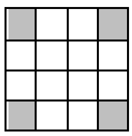
1. Zināms, ka a ir tāds reāls skaitlis, ka $a+\frac{1}{a}=3$. Aprēķināt **a)** $a^2+\frac{1}{a^2}+2$; **b)** $a^4+\frac{1}{a^4}$

2. Maisiņā ir sarkanas, dzeltenas un zaļas lentes. Katra no meiteņu kora 29 dalībniecēm izvēlējās tieši trīs no šīm lentēm (ne obligāti dažādās krāsās).
a) Vai noteikti ir tāds lenšu krāsu komplekts, ko izvēlējās tieši divas meitenes?
b) Vai noteikti ir tāds lenšu krāsu komplekts, ko izvēlējās vismaz trīs meitenes?
c) Kāds mazākais skaits no dalībniecēm jāizvēlas, lai starp tām noteikti būtu trīs meitenes, kas izvēlējās vienu un to pašu lenšu krāsu komplektu?

3. Dots trijstūris PQR, kurā $\sphericalangle PQR=20°$ un $\sphericalangle PRQ=40°$. No virsotnes P novilktā bisektrise krusto malu QR punktā S, nogriežņa PS garums ir 2. Par cik mala QR ir garāka nekā PQ?

4. No cipariem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, katru izmantojot vienu reizi, izveidoti trīs trīsciparu skaitļi. Ar kādu lielāko nuļļu skaitu var beigties šo trīs skaitļu summa?

5. Visi naturālie skaitļi no 1 līdz 16 ierakstīti tabulas (skat. 6. att.) rūtiņās, katrā rūtiņā tieši viens skaitlis. Visās tabulas rindās, kolonnās un uz abām galvenajām diagonālēm rūtiņās ierakstīto skaitļu summas ir vienādas. Pierādīt, ka iekrāsotajās rūtiņās ierakstīto skaitļu summa ir 34.



6. att.