

## PUNKTIŅŠ (B grupa) Kas kopīgs?

2.02.2018

*Īsi risinājumi un komentāri*

1. Izvēlies 3 secīgus naturālos skaitļus. Aprēķini to summu, izvietojot pie tiem “+” un “-” zīmes dažādos iespējamajos veidos! Ko vari atklāt? Dari to pašu arī ar 4 secīgiem naturāliem skaitļiem!

*Piezīme.* Uzdevums domāts, lai skolēni mācās aprakstīt sakarības algebriski un veikt darbības vispārīgā veidā, tas ir, algebriski.

*Risinājums.* Apzīmēsim trīs secīgus skaitļus  $n-1$ ;  $n$ ;  $n+1$ . To zīmes var izvēlēties 8 dažādos veidos. Tabulā dotas arī to summas:

$n-1$	$n$	$n+1$	Summa
+	+	+	$n-1+n+n+1=3n$
+	+	-	$n-1+n-n-1=n-2$
+	-	+	$n-1-n+n+1=n$
+	-	-	$n-1-n-n-1=-n-2$
-	+	+	$-n+1+n+n+1=n+2$
-	+	-	$-n+1+n-n-1=-n$
-	-	+	$-n+1-n+n+1=-n+2$
-	-	-	$-n+1-n-n-1=-3n$

Var ievērot, ka pirmā un pēdējā skaitļu summas dalās ar 3. Pārējās sešas summas savstarpēji atšķiras par pāra skaitli. Summas ir “simetriskas” – katram skaitlim var atrast tā pretējo skaitli. Līdzīgi var darboties ar četrus secīgus skaitļus summām.

2. Atrodi likumsakarību un ieraksti tabulā trūkstošos skaitļus!

2	4	
	12	18
18		54

*Atrisinājums.* Otrā rindā ir 3 reizes lielāki skaitļi, bet trešā rindā – 9 reizes lielāki skaitļi, nekā pirmajā rindā.

2	4	6
6	12	18
18	36	54

3. Pierādi, ka izvēloties jebkurus 4 skaitļus no katras rindas un katras kolonas, to summa vienmēr ir viena un tā pati!

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

*Atrisinājums.* Četru izvēlēto skaitļu summa ir 34, piemēram,  $1 + 6 + 11 + 16 = 34$  vai

$3 + 5 + 12 + 14 = 34$ . Apskatām skaitļus jebkurā vienā rindā - katrs nākamais skaitlis pieaug par 1. Jebkurā kolonā skaitļi pieaug par 4. Par iznākuma pamatu var kalpot pirmās rindas visu skaitļu summa

$$1 + 2 + 3 + 4 = 10 \quad (*)$$

Tā kā visiem skaitļiem ir jābūt no dažādām rindām, tad summā (\*) skaitļus vajag aizvietot ar pārstāvjiem no atbilstošām rindām (jāievēro – ja, piemēram, aizvieto skaitli 3, tad aizvietojošais skaitlis jāizvēlas no kolonas 3). Kādu no šiem četriem skaitļiem (1, 2, 3, 4) aizvietojo ar skaitli no otrās rindas, summa palielinās par 4. Cītu skaitli summā (\*) aizvietojo ar skaitli no trešās rindas, summa palielināsies par 8, bet vēl vienu aizvietojo ar skaitli no 4. rindas, kopējā summa palielināsies jau par 12. Tāpēc jebkuru četru dotā veidā izvēlēto skaitļu summa būs

$$10 + 4 + 8 + 12 = 34.$$

4. Izsaki skaitli 54 kā vairāku secīgu skaitļu summu. Vai vari to izdarīt dažādos veidos?

*Atrisinājums.*  $54 = 17 + 18 + 19$  vai  $54 = 12 + 13 + 14 + 15$ , vai arī 54 var izteikt kā skaitļu

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 19 summu. Skaitli 54 nevar izteikt kā divu secīgu skaitļu summu, jo divu secīgu skaitļu  $n$  un  $n + 1$  summa ir nepāra skaitlis  $2n + 1$ . Skaitļa 54 izteikšana kā secīgu skaitļu summa ir saistīta ar tā sadalījumu reizinātājos:

$$54 = 2 \cdot 27 = 3 \cdot 18 = 6 \cdot 9$$

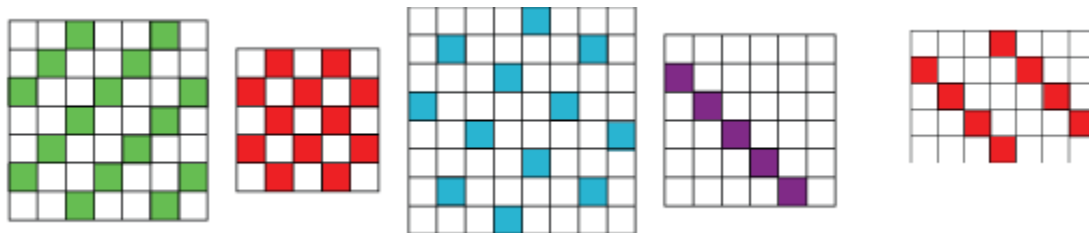
Apskatot summu  $54 = 27 + 27 = 13 + 14 + 13 + 14$ , var ievērot, ka skaitli 13 var samazināt par 1 un skaitli 14 palielināt par 1, nemainot kopējo summas vērtību. Tad

$$54 = 12 + 13 + 14 + 15$$

Summu no sešiem secīgiem skaitļiem iegūt nevar. Pieņemsim pretējo – ir seši secīgi skaitļi, kuru summa ir 54. Apzīmēsim tos  $n - 2$ ,  $n - 1$ ,  $n$ ,  $n + 1$ ,  $n + 2$ ,  $n + 3$ . To kopējā summa ir

$6n + 3$ . Atrisināsim vienādojumu  $6n + 3 = 54$ . Tad  $6n = 51$ , bet 51 ar 6 nedalās. Pretruna.

5. Kā skaitliski aprakstīt šos rūtiņu attēlus?



*Piemēri:*

- Kvadrātus  $n \times n$  rūtiņas var aizpildīt ar skaitļiem  $1, 2, 3, \dots, n^2$ . Iekrāsotās rūtiņas norāda skaitļus, kuri skaitļu virknē dalās ar 3, 2, 5, 7, 4.
- Izpētes variants “apgrieztā” veidā – patvaļīga izmēra kvadrātu vai taisnstūri aizpilda ar skaitļiem un pēta, kādu rakstu veido skaitļi, kuri dalās ar noteiktu skaitli  $n$ .
- Apskatīt diagonālo krāsojumu un katrai krāsotai diagonālei saskaitīt rūtiņu kolonas numurus. Tā, piemēram, pirmajam kvadrātam šie skaitļi ir 6; 21; 25 un 13.
- Trešajā kvadrātā var atrast šaha zirdziņa gājienu ciklu.
- Dotie krāsojumi var rosināt dažādu uzdevumu formulēšanu. Tā, piemēram, trešajam kvadrātam katru iekrāsoto rūtiņu var raksturot ar atbilstošās kolonas numuru:

				5			
	2					7	
			4				
1					6		
		3					8
				5			
	2					7	
			4				

Piecās rindās ir atšķirīgs rūtiņu krāsojums, pēc tam tas atkārtojas. Jautājums ir šāds – kādi var būt mazākie skaitļu dalītāji, kuri dod šādus atlikumus? Tā kā vislielākais atlikums ir 8, tad dalītāji nepārsniedz skaitli 9. Var formulēt šādu uzdevumu:

*Uzdevums:* katrai rindai atrast tādu skaitli, kurš dod norādītos atlikumus, to dalot ar diviem dažādiem skaitļiem.

*Piemērs.* Pirmajā rindā skaitļa atlikumi ir 0 un 5. Tas norāda, ka skaitlis dalās ar 5. Tāpēc var izvēlēties skaitli 5, kuru dalot ar 9 iegūst atlikumu 5. Otrajā rindā skaitļa atlikumi ir 2 un 7 – skaitlis var būt 7, tas tiek dalīts ar 5 un 9. Trešajā rindā atbilstošais skaitlis var būt 40, to dalot ar 5 un 9 atlikumā iegūst 0 un 4 atbilstoši. Ceturtā rindā der skaitlis 6, bet piektajā rindā der skaitlis 8. Var atrast dažādus skaitļus, kurus dalot ar 5 un 9 var iegūt te redzamos atlikumus.