PUNKTIŅŠ (A grupa) Irstošās konfigurācijas
23.02.2018

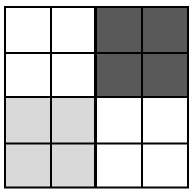
Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu kombinatorās spējas; mācīties analizēt spēles gaitu un atrast spēlētāju uzvarošo stratēģiju.

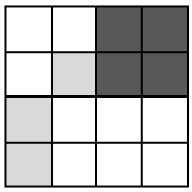
Noteikumi: Spēles pamats ir rūtiņu laukums. Uz rūtiņām ir izvietoti kauliņi. Spēles gājiens ir sekojošais: kauliņš var pārlēkt blakus stāvošam kauliņam, ja nākamā pozīcija ir brīva (kauliņi atrodas blakus, ja rūtiņām ir kopīga mala). Ja kauliņam pārlec, to noņem no spēles laukuma. Viens kauliņš gājiena laikā drīkst izdarīt vairākus lēcienus, ja to atļauj kauliņu konfigurācija. Spēle ir 1 – reducējama, ja spēles beigās uz laukum paliek tikai viens kauliņš.

1. Uz spēles laukuma 4 x 4 rūtiņas stūros kvadrātiskā formā novietoti 4 balti un pretējā stūrī 4 melni kauliņi. Divi spēlētāji izdara gājienus pēc kārtas, viens pārvieto baltos kauliņus, otrs – melnos. Gājiena laikā drīkst kaut gan melnos, gan baltos kauliņus. Vienā gājienā viens kauliņš drīkst izdarīt vairākus lēcienus, nokaujot vairākus kauliņus. Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienus. Kurš no spēlētājiem vienmēr var uzvarēt?

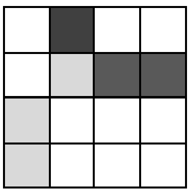
Spēles gaitas analīze. Lai vieglāk izsekot spēles gaitai, spēles lauciņus apzīmēsim ar burtiem A, B, C, …P. Balto kauliņu pozīcijas iekrāsosim gaišākā krāsā, bet melno kauliņu pozīcijas – tumšākā. Pirmais spēlētājs spēlē ar baltajiem kauliņiem, otrais – ar melnajiem. Baltajiem kauliņiem ir 2 principiāli atšķirīgi gājieni – laukuma vidū vai pie laukuma malas (kauliņu izvietojums ir simetrisks, tāpēc vienalga, vai pirmo gājienu veikt horizontāli vai vertikāli). Pieņemsim, ka baltie iet no N uz F, noņemot kauliņu no pozīcijas J.

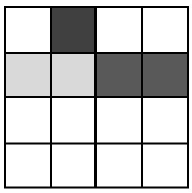
A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L
M	N	O	P



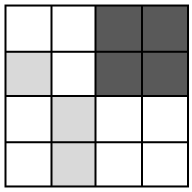


Melnajiem ir 4 dažādas gājienu iespējas: D – B; D – H; C – G vai G – E. Aplūkosim iespēju no D uz B. Baltajiem atliek tikai viens gājiens - no M uz E un vairāk gājienu nebūs, kurpretim otrajam spēlētājam ir gājiens B – J. No tā seko, ka pirmajam spēlētājam nav izdevīgi veikt gājienu N – F.

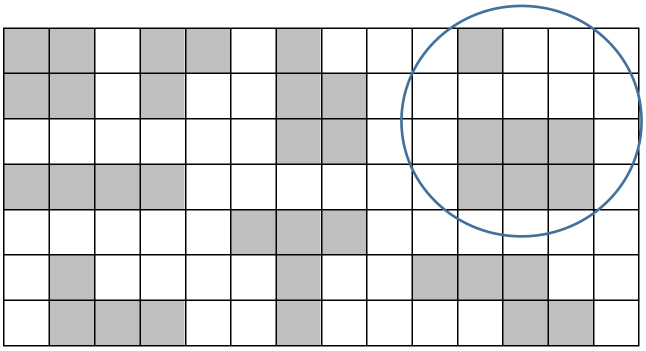




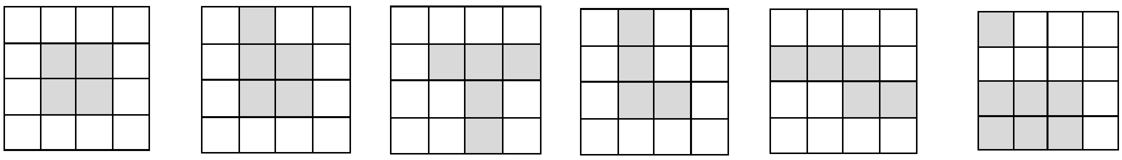
Ja pirmais spēlētājs veic gājienu M – E, tad otrais spēlētājs uzvar uzreiz, nokaujot 3 kauliņus (skat. zemāk). Kauliņš C lec C – K – I – A. No tā jāsecina, ka šajā spēlē uzvar otrais spēlētājs, pareizi spēlējot.



2. Izpēti kauliņu konfigurācijas, nosakot, kuras no tām ir reducējamas līdz vienam kauliņam (ar apli atzīmētā konfigurācijā viens kauliņš novietots atstatu):



Atrisinājums. Reducēt nevar tikai 3 kauliņu stūrīti un 4 kauliņu stienīti. Apskatīsim izvietojumus atsevišķi:



1. 2. 3. 4. 5. 6.

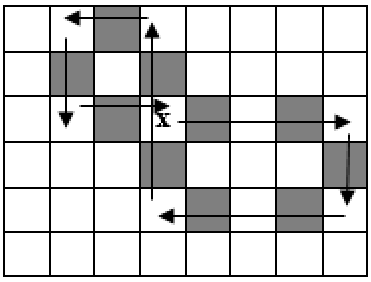
Katras konfigurācijas gājienu secība:

1.konfigurācija: J – B; K – C – A
2.konfigurācija: G – E; K – I – A – C
3.konfigurācija: G – E; O – G; H – F; E – G
4.konfigurācija: K – I; B – J; I – K
5.konfigurācija: K – C; E – G; C – K; L – J
6.konfigurācija: M – E; N – F; A – I; O – G – E - M

3. Izveido ciklisku konfigurāciju, kur kauliņš sāk lēcienus un atgriežas savā pozīcijā un paliek viens uz laukuma. Cik garš var būt kauliņa ceļš? Kādas īpašības šim ceļam piemīt?

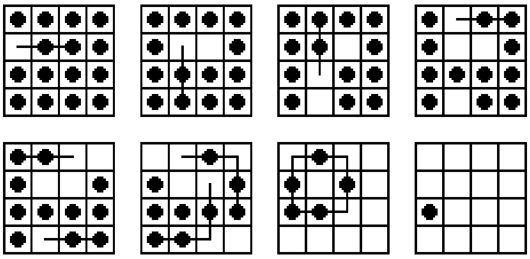
Risinājuma piemērs. Ja spēles laukumu nokrāso kā šaha dēlīti, tad ievērojam, ka jebkurš viens kauliņš pārvietojas tikai pa vienas krāsas laucīņiem. Tad varam pieņemt, ka kauliņu kombinācija, kurus “nokaus”, atrodas uz melnajiem laucīņiem, bet kauliņš, kurš izdara gājienu, atrodas uz baltā laucīņa. Lai būtu ciklisks gājiens, kauliņš izdarīs pāra skaitu lēcienu.

Kombinācijas piemērs – kauliņš, kurš izdara gājienu atrodas pozīcijā x:



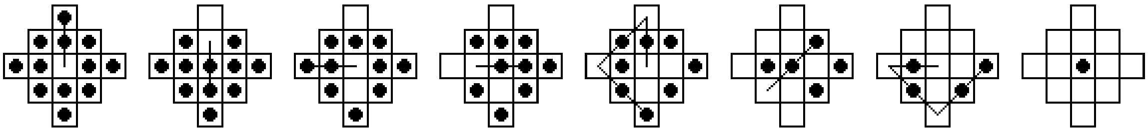
4. Izvieto 15 kauliņus kvadrāta 4 x 4 iekšpusē, tukšo lauciņu izvēloties pie ārējās malas, bet ne stūrī. Atrodi spēles atrisinājumu! Kauliņu drīkst pārvietot tikai kvadrāta iekšpusē.

Spēles atrisinājums:



5. Dēlītim 5 x 5 lauciņi ir izgriezti stūrīši (3 stūra lauciņi katrā stūrī). Izvietoti 12 kauliņi, centrālais lauciņš tukšs. Gājieni atļauti arī diagonālā virzienā. Atrodi spēles atrisinājumu!

Atrisinājums:



Piezīme. Reducējamās konfigurācijas ir iespējams atrast ar datorprogrammu palīdzību, izstrādājot atbilstošus algoritmus. Pēdējo divu uzdevumu atrisinājumi (autors Georgs Bells) ir kopēti no mājas lapas:

http://recmath.org/pegsolitaire/index.html#gridless

Šeit var iegūt vēl daudz interesantas informācijas.