

PUNKTIŅŠ (B grupa) Trijstūru raksti

16.02.2018

Īsi atrisinājumi un komentāri

Piezīme. Uzdevumu risināšanā ieteicams lietot papīru, kas sadalīts vienādos regulāros trijstūros

1. Uz trijstūru lapas uzzīmē visus “tetramondus” un “pentiamondus” – figūras, kuras saliktas no 4 un 5 trijstūrītiem atbilstoši. Izvēlies vienu tetramonu un vienu pentiamonu un izveido no šīm figūrām tapešu raksta fragmentu!

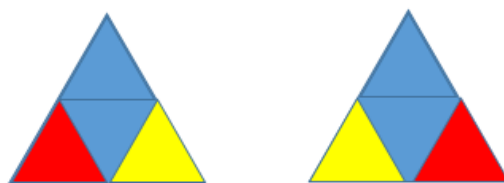
Komentārs. Šis ir ievaduzdevums, lai iepazītos ar “poliamondiem” – figūrām, kuras veidotas no vienādiem regulāriem trijstūriem. Uzdevuma radošajā daļā ir jāizdomā simetrijas veids, kā veidot tapešu raksta fragmentu.

Tetramondi un pentiamondi:



2. Vienādmalu trijstūris ir sadalīts 4 vienādos trijstūros (dots trijstūra veida tetramonds). Katrs mazais trijstūris ir nokrāsots vienā no 3 krāsām. Cik dažādu krāsojumu var iegūt?

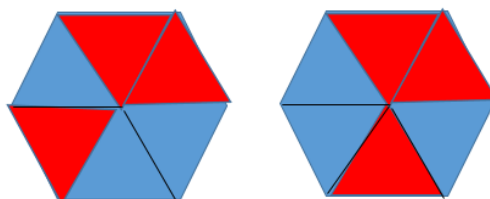
Atrisinājums. Iekšējo trijstūri var nokrāsot 3 veidos. Ārējos trīs trijstūrus atsevišķi aplūkojot kopumā var nokrāsot 11 veidos: visus vienādi – 3 veidos, divās krāsās – 6 veidos (ir 3 veidi kā izvēlēties krāsu pārus un katram pārim ir divi veidi, kā trīs trijstūrus krāsot divās krāsās). Katru trijstūri krāsojot cita krāsā, jāievēro pagrieziena, piemēram:



Līdz ar to trijstūrus var nokrāsot $3 \cdot 11 = 33$ veidos.

3. Regulārs sešstūris ir sadalīts 6 vienādos trijstūros. Katrs mazais trijstūris ir nokrāsots vienā no 3 krāsām. Cik dažādu krāsojumu var iegūt, ja katrā gadījumā ir lietotas visas 3 krāsas?

Risinājums. Ievērosim – divu sešstūru krāsojumi ir vienādi, ja abos sešstūros krāsoto trijstūru secība ir viena un tā pati, ejot pulksteņa rādītāja virzienā. Piemēram, sekojošo sešstūru krāsojumi divās krāsās ir atšķirīgi:



Novērtēsim 3 krāsu izvēles kombināciju skaitu:

$abcccc$ - četri no sešiem trijstūriem nokrāsoti vienā krāsā. Te iespējami 3 krāsu komplekti, jo c var būt jebkura viena no trim krāsām;

$abbccc$ - te iespējami 6 dažādi krāsu komplekti;

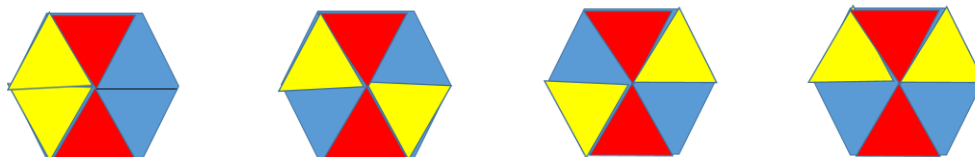
$aabbcc$ - šādu komplektu var izvēlēties tikai vienā veidā.

Jāizpēta, kā krāsu kombinācijas tiek izvietotas sešstūrī.

Krāsu kombināciju $abcccc$ var izkārtot 5 veidos, jo, ja kāds trijstūris ir nokrāsots krāsā a , tad trijstūri krāsā b var krāsot 5 pozīcijās (atlikušos trijstūrus krāso trešajā krāsā). Tad kopumā te ir $5 \cdot 3 = 15$ dažādi trijstūru krāsojumi.

Krāsu kombināciju $abbccc$ var izkārtot 10 dažādos veidos: ja kāds trijstūris ir nokrāsots krāsā a , tad atliek kopumā 5 pozīcijas, kur izvietot divus b un b krāsas trijstūrus (c krāsā nokrāso atlikušos trijstūrus). No pieciem elementiem var izveidot 10 pārus, te, piecās pozīcijās var izvēlēties divus vienādi krāsotus trijstūrus. Kopumā te ir $10 \cdot 6 = 60$ trijstūru krāsojumi.

Gadījumā, ja ir komplekts $aabbcc$, tad sāksim ar krāsu pāri aa . Divus trijstūrus nokrāsot vienā krāsā var 3 principiāli atšķirīgos veidos – blakus, vienu trijstūri izlaižot, divus trijstūrus izlaižot. Atlikušajās 4 pozīcijās divus trijstūrus b krāsā var izvēlēties 6 veidos. Jāievēro, ka izveidojas simetriska pozīcija tad, ja starp diviem a krāsas trijstūriem starpā ir divi trijstūri, no kā seko, ka, aplūkojot krāsojumus b krāsā, ir divi krāsojumi, kas ieskaitīti katrs divas reizes. Tāpēc šajā gadījumā ir tikai 4 dažādi krāsojumi:



Tad kopumā te ir $3 \cdot 6 - 2 = 16$ dažādi trijstūru krāsojumi. Kopējais krāsojumu skaits ir $15 + 60 + 16 = 91$.

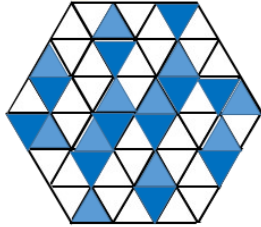
4. Uz trijstūru lapas novelc tāda regulāra sešstūra kontūras, kura malas garums ir 3. Vai ir iespējams šīs figūras trijstūrīšus nokrāsot divās krāsās tā, lai nevienam trijstūrim ar malas garumu 2 tā virsotnēs esošie trijstūri nebūtu vienā krāsā?

Atbilde. Ir iespējami vairāki krāsojumi, piemēram:



5. Vai ir iespējams regulārajā sešstūrī ar malas garumu 3 nokrāsot sešstūra trijstūrīšus divās krāsās tā, lai nevienam trijstūrim ar malas garumu 2 un 3 tā virsotnēs esošie trijstūri nebūtu vienā krāsā?

Atbilde. Jā, var izkrāsot. Piemēram:



Piezīme. Var ievērot, ka sešstūrī var izveidot “šaha krāsojumu”, tas ir, te ir divu veidu trijstūru kopas – attiecībā pret sešstūra apakšējo malu ir trijstūri ar virsotni uz augšu un trijstūri ar virsotni uz leju. Pietiek aplūkot vienas kopas trijstūrus, atrast šiem trijstūriem piemērotu krāsojumu. Tad otrai kopai var simetriski izmantot šo pašu krāsojumu (atsevišķo kopu trijstūri izkrāsoti tumšāk un gaišāk).