PUNKTIŅŠ (B grupa) Irstošās konfigurācijas
23.02.2018

Īsi atrisinājumi un komentāri

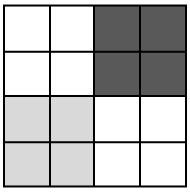
Noteikumi: Spēles pamats ir rūtiņu laukums. Uz rūtiņām ir izvietoti kauliņi. Spēles gājiens ir sekojošais: kauliņš var pārlēkt blakus stāvošam kauliņam, ja nākamā pozīcija ir brīva (kauliņi atrodas blakus, ja rūtiņām ir kopīga mala). Ja kauliņam pārlec, to noņem no spēles laukuma. Viens kauliņš gājiena laikā drīkst izdarīt vairākus lēcienus, ja to atļauj kauliņu konfigurācija. Spēle ir 1 – reducējama, ja spēles beigās uz laukuma paliek tikai viens kauliņš.

1. Uz spēles laukuma 4 x 4 rūtiņas stūros kvadrātiskā formā novietoti 4 balti un pretējā stūrī 4 melni kauliņi. Divi spēlētāji izdara gājienus pēc kārtas, viens pārvieto baltos kauliņus, otrs – melnos. Gājiena laikā drīkst kaut gan melnos, gan baltos kauliņus. Vienā gājienā viens kauliņš drīkst izdarīt vairākus lēcienus, nokaujot vairākus kauliņus. Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājienus. Kurš no spēlētājiem vienmēr var uzvarēt?

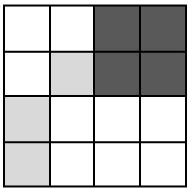
Atbilde. Uzvarēs otrais spēlētājs, pareizi spēlējot.

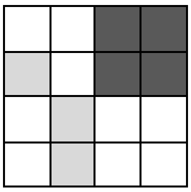
Lai varētu pierakstīt gājienus, kvadrāta lauciņus apzīmēsim ar burtiem un pieņemsim, ka baltie kauliņi ir izvietoti pozīcijās I, J, M, N, bet melnie C, D, G, H:

A	B	C	D
E	F	G	H
I	J	K	L
M	N	O	P



Baltajiem ir 2 principiāli atšķirīgi gājieni – no N uz F vai no M uz E:

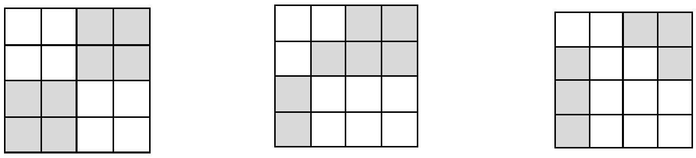




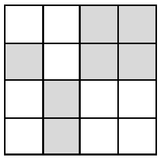
Melnie izdara gājienu no G uz E pirmajā gadījumā vai no C gājienu C – K – I – A. Abos gadījumos baltajiem vairs nav gājienu.

2. Iepriekšējās spēles variants: katrs spēlētājs drīkst izdarīt gājienus gan ar saviem, gan pretinieka kauliņiem. Kurš no spēlētājiem var uzvarēt?

Atrisinājums. Te visi kauliņi ir līdzvērtīgi, tāpēc var izvēlēties vienas krāsas kauliņus. Ja pirmais izdara gājienu no N uz F, tad otrais spēlētājs paiet G uz E, tad 2 gājienos pirmais spēlētājs ir zaudējis:



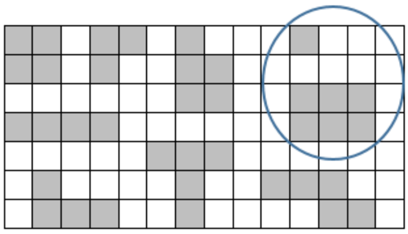
Ja pirmais spēlētājs paiet no M uz E:



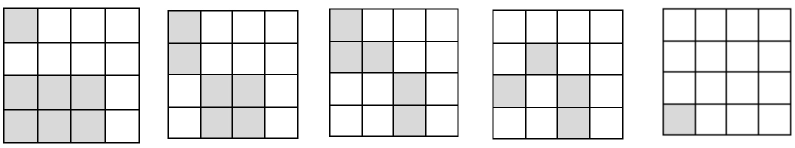
tad otram spēlētājam iespējami 7 dažādi gājieni:

N – F vai D – B, vai D – L, vai H – F, vai C – K, vai C – K – I , vai C – K – I – A. Jebkurā no gadījumiem pirmais spēlētājs var atrast uzvarošo gājienu, lai otrais spēlētājs zaudētu. Izpēti šīs iespējas!

3. Izpēti kauliņu konfigurācijas, nosakot, kuras no tām ir reducējamas līdz vienam kauliņam (ar apli atzīmētā konfigurācijā viens kauliņš novietots atstatu):

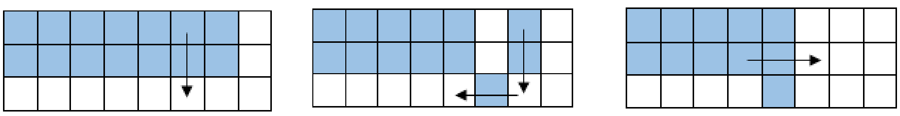


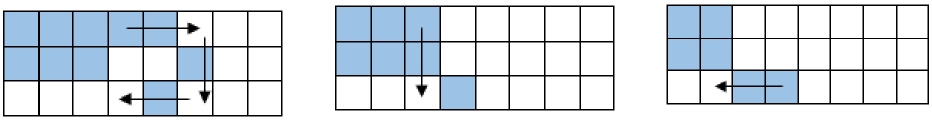
Atrisinājums. Reducēt nevar tikai 3 kauliņu stūrīti un 4 kauliņu stienīti. Visus pārējos gadījumus reducēt var, piemēram:



4. Taisnstūra *3 x (n+1)* iekšpusē aplūko taisnstūra konfigurāciju *2 x n* kauliņi, kur *n* > 1. Kuras no konfigurācijām var reducēt līdz 1 kauliņam?

Atrisinājuma ideja. Var reducēt visas tādas konfigurācijas, kur n ir 2, 4, 5, 7, 8, 10, 11, ….. Reducēšanas princips ir, piemēram, sekojošais:

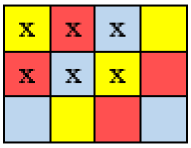




Pēdējo iegūto konfigurāciju ir viegli pārveidot. Ir iespējami arī citi reducēšanas algoritmi.

Var pierādīt, ka reducējama ir jebkura taisnstūrveida konfigurācija, kuras kauliņu skaits nedalās ar 3.

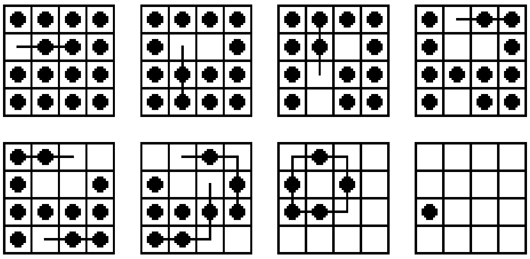
Apskatīsim konfigurāciju 3 x 2 kauliņi, un nokrāsosim taisnstūra 4 x 3 diagonāles 3 krāsās, kauliņus apzīmēsim ar **x:**



Uz dzelteniem laucīņiem atrodas 2 kauliņi, divi citi uz sarkaniem un 2 citi uz ziliem. Viena gājiena rezultātā mainīsies visu kauliņu novietojumu krāsa. Piemēram, ja gājienu veiks kauliņš no sarkanā laucīņa, tad būs 3 kauliņi uz dzeltenajiem, 1 uz sarkanā un 1 uz zilā laucīņa. Ievērosim, ka aizņemto krāsaino laucīņu skaita paritātes ir vienādas! (Bija pāra paritāte, kas gājiena rezultātā mainījās uz nepāra.) Katrs lēciens izmaina šo visu 3 skaitu paritāti par 1. Nepieciešamais nosacījums, lai konfigurāciju varētu reducēt līdz vienam kauliņam, ir tāds, ka kauliņu skaita paritāte uz dažādu krāsu laucīņiem ir atšķirīga.

5. Izvieto 15 kauliņus kvadrāta 4 x 4 iekšpusē, tukšo laucīņu izvēloties pie ārējās malas, bet ne stūrī. Atrodi spēles atrisinājumu! Kauliņu drīkst pārvietot tikai kvadrāta iekšpusē.

Spēles atrisinājums:

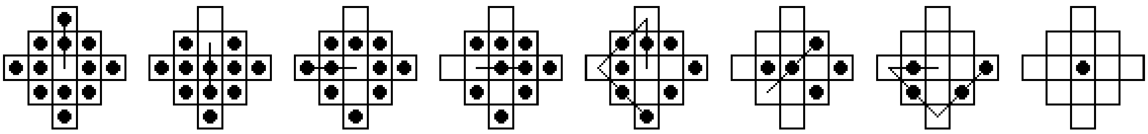


Pamēģini atrast atrisinājumu, ja pirmais malējais gājiens ir M – E.

Izpēti, kas notiks, ja tukšais laucīņš ir kvadrāta stūrī vai tukšais laucīņš atrodas kvadrāta iekšpusē!

6. Dēlītim 5 x 5 laucīņi ir izgriezti stūrīši (3 stūra laucīņi katrā stūrī). Izvietoti 12 kauliņi, centrālais laucīņš tukšs. Gājieni atļauti arī diagonālā virzienā. Atrodi spēles atrisinājumu!

Atrisinājums:



Ir iespējami arī citi reducēšanas gadījumi.

Piezīme. Reducējamās konfigurācijas ir iespējams atrast ar datorprogrammu palīdzību, izstrādājot atbilstošus algoritmus. Pēdējo divu uzdevumu atrisinājumi (autors Georgs Bells) ir kopēti no mājas lapas:

http://recmath.org/pegsolitaire/index.html#gridless

Šeit var iegūt vēl daudz interesantas informācijas.