

Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

5. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

16.02.2018.

1. Parādi divus dažādus piemērus, kādi naturāli skaitļi var būt ierakstīti \square vietā, lai ir patiesa vienādība

$$\frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} + \frac{1}{\square} = 1$$

Piezīme. Piemēri, kas atšķiras tikai ar saskaitāmo secību, nav dažādi.

2. Tautas deju kolektīvā ir 18 dejotāji, jaunākajam no tiem ir 11 gadi, bet vecākajam – 15 gadi.

a) Vai noteikti šajā kolektīvā ir dejotājs, kuram ir 13 gadi?

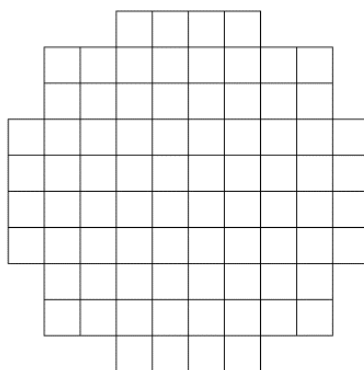
b) Vai varētu gadīties, ka šajā kolektīvā ir tikai četrus dažādu vecumu dejotāji?

c) Vai noteikti šajā kolektīvā ir vismaz pieci dejotāji, kam ir vienāds gadu skaits?

d) Vai noteikti šajā kolektīvā ir vismaz četri dejotāji, kam ir vienāds gadu skaits?

3. Sadali 1. att. doto figūru 8 vienādās daļās, tā, lai dalījuma līnijas ietu pa rūtiņu malām!

Piezīme. Daļas var būt pagrieztas vai apmestas otrādi attiecībā viena pret otru. Divas figūras sauc par vienādām, ja tās var uzlikt vienu uz otras tā, ka abas figūras pilnīgi sakrīt.



1. att.

4. Parādi vienu piemēru, kādi naturāli skaitļi var būt ierakstīti burtu vietā, lai katru trīs pēc kārtas esošu skaitļu summa būtu 20.

$$7, a, b, c, d, e, f, 9$$

5. Divi spēlētāji pēc kārtas ņem konfektes no konfekšu kaudzes. Katrā gājienā jāpaņem vismaz viena, bet ne vairāk kā septiņas konfektes. Uzvar tas spēlētājs, kurš paņem pēdējo konfekti. Kurš no spēlētājiem (pirmais vai otrais) vienmēr var uzvarēt (neatkarīgi no pretinieka gājieniem), ja sākumā konfekšu kaudzē ir a) 64 konfektes, b) 2018 konfektes?

Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

6. klase

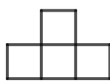
Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

16.02.2018.

1. Parādi vienu piemēru, kādus naturālus skaitļus var ierakstīt burtu a, b, c vietā, lai ir patiesa vienādība

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{4}{5}$$

2. Koru finālspēlē piedalījās desmit zēnu kori, kopā 291 dalībnieks. Katrs dalībnieks dzied tieši vienā korī.
a) Vai noteikti ir tāds koris, kurā ir tieši 20 dalībnieki?
b) Vai var gadīties, ka ir tāds koris, kurā ir tieši 32 dalībnieki?
c) Vai var apgalvot, ka ir tieši viens tāds koris, kurā ir vismaz 30 dalībnieki?
d) Vai noteikti ir tāds koris, kurā ir vismaz 30 dalībnieki?
3. Vai taisnstūri ar izmēriem 6×8 rūtiņas var pārklāt ar a) divām 2. att. dotajām figūrām un 20 figūrām, kādas dotas 3. att.; b) vienu 2. att. doto figūru un 22 figūrām, kādas dotas 3. att.? Figūras drīkst pagriezt.



2. att.



3. att.

4. Divciparu skaitļa sākumā un beigās pierakstīja ciparu 1. Ieguva četr ciparu skaitli, kas ir 23 reizes lielāks nekā sākotnējais divciparu skaitlis. Kāds bija sākotnējais divciparu skaitlis? *Atrodi visus derīgos divciparu skaitļus un pamato, ka citu nav!*
5. Divi spēlētāji pēc kārtas ņem konfektes no konfekšu kaudzes. Katrā gājienā jāpaņem vismaz viena, bet ne vairāk kā septiņas konfektes. Zaudē tas spēlētājs, kuram jāņem pēdējā konfekte. Kurš no spēlētājiem (pirmais vai otrais) vienmēr var uzvarēt (neatkarīgi no pretinieka gājieniem), ja sākumā konfekšu kaudzē ir a) 81 konfekte, b) 2018 konfektes?

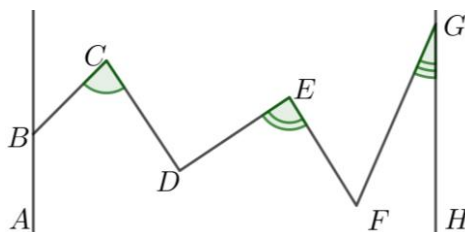
Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

7. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katra uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

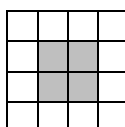
16.02.2018.

- Četrstāvu mājai ir vairāk nekā 200 logu. Zināms, ka pirmajā stāvā ir nepāra skaits logu, bet katrā no nākamajiem stāviem to ir tieši par diviem mazāk nekā stāvu zemāk. Kāds mazākais logu skaits var būt šīs mājas ceturtajā stāvā?
- Maisiņā bija 10 sarkanas, 10 dzeltenas un 10 zaļas lentes. Tautas deju kolektīva astoņas meitenes katra izvēlējās vienu lenti no šī maisiņa.
 - Vai var apgalvot, ka tieši četras meitenes izvēlējās vienādas krāsas lentes?
 - Vai noteikti ir vismaz trīs meitenes, kas izvēlējās vienādas krāsas lentes?
 - Kāds mazākais skaits lenšu būtu jāizņem no maisiņa, lai varētu apgalvot, ka vismaz četras no tām ir vienā krāsā?
- Aprēķināt $\sphericalangle BCD + \sphericalangle DEF + \sphericalangle FGH$ (skat. 4. att.), ja $AB \parallel GH$, $\sphericalangle ABC = 120^\circ$, $\sphericalangle CDE = 90^\circ$ un $\sphericalangle EFG = 60^\circ$.



4. att.

- Dots, ka piecciparu skaitlis $\overline{acbbā}$ dalās ar 11 un $a > b > c$. Pierādīt, ka var atrast trīs citus piecciparu skaitļus, kas dalās ar 11, ir lielāki nekā $\overline{acbbā}$ un veidoti, samainot vietām sākotnējā skaitļa ciparus!
- Visi naturālie skaitļi no 1 līdz 16 ierakstīti tabulas (skat. 5. att.) rūtiņās, katrā rūtiņā tieši viens skaitlis. Visās tabulas rindās, kolonnās un uz abām galvenajām diagonālēm rūtiņās ierakstīto skaitļu summas ir vienādas. Pierādīt, ka iekrāsotajās rūtiņās ierakstīto skaitļu summa ir 34.



5. att.

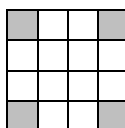
Latvijas 68. matemātikas olimpiādes 2. posma uzdevumi

8. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

16.02.2018.

1. Zināms, ka a ir tāds reāls skaitlis, ka $a + \frac{1}{a} = 3$. Aprēķināt **a)** $a^2 + \frac{1}{a^2} + 2$; **b)** $a^4 + \frac{1}{a^4}$
2. Maisiņā ir sarkanas, dzeltenas un zaļas lentes. Katra no meiteņu kora 29 dalībniecēm izvēlējās tieši trīs no šīm lentēm (ne obligāti dažādās krāsās).
a) Vai noteikti ir tāds lenšu krāsu komplekts, ko izvēlējās tieši divas meitenes?
b) Vai noteikti ir tāds lenšu krāsu komplekts, ko izvēlējās vismaz trīs meitenes?
c) Kāds mazākais skaits no dalībniecēm jāizvēlas, lai starp tām noteikti būtu trīs meitenes, kas izvēlējās vienu un to pašu lenšu krāsu komplektu?
3. Dots trijstūris PQR , kurā $\sphericalangle PQR = 20^\circ$ un $\sphericalangle PRQ = 40^\circ$. No virsotnes P novilkta bisektrise krusto malu QR punktā S , nogriežņa PS garums ir 2. Par cik mala QR ir garāka nekā PQ ?
4. No cipariem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, katru izmantojot vienu reizi, izveidoti trīs trīsciparu skaitļi. Ar kādu lielāko nulļu skaitu var beigties šo trīs skaitļu summa?
5. Visi naturālie skaitļi no 1 līdz 16 ierakstīti tabulas (skat. 6. att.) rūtiņās, katrā rūtiņā tieši viens skaitlis. Visās tabulas rindās, kolonnās un uz abām galvenajām diagonālēm rūtiņās ierakstīto skaitļu summas ir vienādas. Pierādīt, ka iekrāsotajās rūtiņās ierakstīto skaitļu summa ir 34.



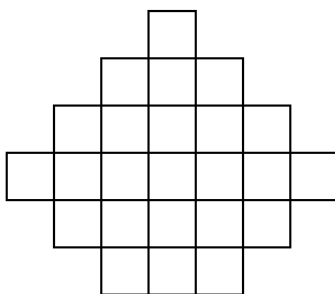
6. att.

9. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2018.

1. Jaunieši devās četru dienu pārgājienā gar jūru. Pirmajā dienā tie nogāja 30 km. Otrajā dienā tie ar jahtu nobrauca 20% no atlikušā ceļa. Trešajā dienā jaunieši atkal gāja kājām, noejot 1,5 reizes lielāku attālumu nekā viņi brauca ar jahtu. Ceturtajā dienā atlikušo ceļu 1,5 stundās jaunieši veica ar kvadricikliem, kuru ātrums ir 40 km/h. Cik kilometru garš bija maršruts?
2. Skolas ēdnīcas pusdienu piedāvājumā ir divas dažādas zupas, divi dažādi pamatēdieni un divi dažādi deserti. Pusdienās aizgāja 30 vienas klases skolēni, no katra ēdienu veida (zupa, pamatēdiens, deserts) katrs skolēns izvēlējās ne vairāk kā vienu ēdienu, pie tam nebija tāda skolēna, kurš neēda vispār neko. Vai noteikti ir divi skolēni, kas pasūtīja vienu un to pašu?
3. Četrstūra $ABCD$ malu AB un CD garumu summa ir vienāda ar malas AD garumu. Leņķu DAB un CDA bisektrišu krustpunkts F atrodas uz malas BC . Pierādīt, ka punkts F ir BC viduspunkts!
4. Vai var atrast tādus veselus skaitļus x un y , ka $20x^3 - 17y^2 + 1 = 2018$?
5. Dota figūra, kuras laukums ir 24 rūtiņas (skat. 7. att.). Griezot pa rūtiņu līnijām, tā sagriezta sešās vienlielās daļās (katras daļas laukums ir 4 rūtiņas). Noteikt, kāds ir mazākais iespējamais griezumta līniju kopgarums, pieņemot, ka rūtiņas malas garums ir viena vienība!



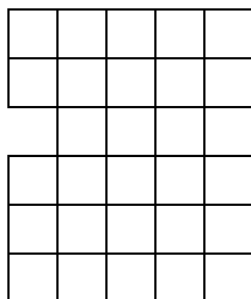
7. att.

10. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2018.

1. Uz gara baļķa 600 cm attālumā viens no otra atrodas gliemezis un skudra. Ja tie pārvietotos viens otram pretī, tad tie sastaptos pēc 5 minūtēm. Ja tie kustētos vienā virzienā ar tiem pašiem ātrumiem, tad skudra panāktu gliemezi pēc 20 minūtēm. Noteikt, cik centimetrus minūtē veic skudra un cik – gliemezis!
2. Skolas ēdnīcas pusdienu piedāvājumā ir divas dažādas zupas, divi dažādi pamatēdieni un divi dažādi deserti. Pusdienās aizgāja 200 skolēni, no katra ēdienu veida (zupa, pamatēdiens, deserts) katrs skolēns izvēlējās ne vairāk kā vienu ēdienu, pie tam nebija tāda skolēna, kurš neēda vispār neko. Kāds ir lielākais skaits skolēnu, kas noteikti pasūtīja vienu un to pašu?
3. Punkts K ir kvadrāta $ABCD$ malas AB viduspunkts. Uz diagonāles AC atlikts tāds punkts L , ka $AL : LC = 3 : 1$. Pierādīt, ka $\sphericalangle KLD = 90^\circ$.
4. No cipariem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, katru izmantojot divas reizes, izveidoti trīs sešciparu skaitļi. Ar kādu lielāko nulļu skaitu var beigties trīs izveidoto skaitļu summa?
5. Dota figūra, kuras laukums ir 28 rūtiņas (skat. 8. att.). Griežot pa rūtiņu līnijām, tā sagriezta septiņās vienlielās daļās (katras daļas laukums ir 4 rūtiņas). Noteikt, kāds ir mazākais iespējamais griezuma līniju kopgarums, pieņemot, ka rūtiņas malas garums ir viena vienība!



8. att.

11. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.

Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2018.

1. Spīdola ir 482 bildes un divi vienādi fotoalbumi. Pirmā albuma katrā lapā viņa ielīmēja tieši 21 bildi. Ja otrā albuma katrā lapā viņa ielīmētu tieši 19 bildes, tad lapu pietrūktu, savukārt, ja katrā lapā viņa ielīmētu tieši 23 bildes, tad vismaz viena lapa paliktu tukša. Cik lapu ir fotoalbumā?
2. Sporta zālē trenējas 32 cilvēki, kuri visi ir vismaz 21 gadu veci. Pierādīt, ka no šiem cilvēkiem var atrast divus tādus, kuriem ir vairāk nekā 30 gadi vai 4 tādus, kuru gadu skaits ir vienāds!
3. Trapeces $ABCD$ pamatu AB un CD garumu summa ir vienāda ar sānu malas AD garumu. Pierādīt, ka leņķu DAB un CDA bisektrises krustojas BC viduspunktā!
4. No cipariem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, katru izmantojot divas reizes, izveidoja vienu septiņciparu, vienu sešciparu un vienu piecciparu skaitli. Ar kādu lielāko nulļu skaitu var beigties trīs izveidoto skaitļu summa?
5. Pierādīt, ka $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 + a^2b^2 + b^2c^2 + c^2d^2 + d^2a^2 + a^2c^2 + b^2d^2 \geq 10abcd$ visiem reāliem skaitļiem a, b, c, d .

12. klase

Tīrrakstā ir jāraksta ne tikai uzdevuma atbilde, bet arī risinājums, spriedumi, aprēķini, secinājumi.
Tīrrakstā uzdevumu numuriem jābūt labi pamanāmiem – izceltiem vai atdalītiem no pārējā teksta.
Katru uzdevumu vērtē ar 0 – 10 punktiem.

02.02.2018.

1. Divas sniega tīrāmās mašīnas, strādājot vienlaicīgi, Sūnu ciema ielas var notīrīt 4 h 12 min. Ja pirmās mašīnas darba ražīgumu palielinātu divas reizes, bet otra mašīna sāktu strādāt par 10 minūtēm vēlāk nekā pirmā, tad sniegu notīrītu 2 h 30 min. Cik stundās sniegu Sūnu ciemā notīrītu, ja strādātu tikai otrā sniega tīrāmā mašīna?
2. Pierādīt, ka starp jebkuriem 78 trīsciparu skaitļiem var atrast četrus tādus skaitļus, kuru ciparu summas ir vienādas!
3. Trijstūrī ABC ievilkta riņķa līnija pieskaras malai AB punktā D , bet malai AC punktā E . Leņķu B un C bisektrises krusto taisni DE attiecīgi punktos M un N . Pierādīt, ka punkti B, C, M un N atrodas uz vienas riņķa līnijas!
4. Doti naturāli skaitļi a un b . Pierādīt
 - a) ja $20a + 18b$ dalās ar 7, tad $201a + 8b$ dalās ar 7;
 - b) ja $201a + 8b$ dalās ar 7, tad $20a + 18b$ dalās ar 7.
5. Vienādojuma ar veseliem koeficientiem $x^4 + bx^2 + c = 0$ vienas saknes vērtība ir $\sqrt{20} - \sqrt{18}$. Atrast vienādojuma koeficientus un pārējās trīs saknes!