

PUNKTIŅŠ (A grupa) Domino

27.04.2018

Nodarbības mērķis: aplūkot domino spēles kombinatoriskos veidošanas principus un tās modelēšanas (pārveidošanas) veidus. Skolēniem jāveido kombinatoriski izvietojumi, viņiem jālieto skaitļu summēšanas metodes. Vēlams lietot domino spēles komplektu, lai uzskatāmi izpētītu kauliņu veidošanas īpašības.

Piezīme. Domino kauliņu komplektu saucim par n – komplektu, ja tajā iekļautie kauliņi satur visas pāru kombinācijas no tukša lauciņa līdz pat n punktiem.

1. Dots domino 6 – komplekts. Cik kauliņu ir šādā komplektā? Cik kauliņu ir 9 – komplektā?

Atrisinājums. Domino spēles kauliņi satur visus iespējamus skaitļu pārus, ko var izveidot no skaitļiem 0; 1; 2; ... n . Ja $n = 6$, tad skaitļus var sakārtot pāros, sākot no (0; 0) līdz pat (6; 6). Te izmantoti 7 skaitļi 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Visi dažādie skaitļi veido $6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 21$ skaitļu pāri. Jāpieskaita arī “dubultnieki”, pāri, kur ir vienādie skaitļi kā (0; 0), (1; 1), ... (6; 6). Domino komplektā ir 28 spēles kauliņi.

9- komplektā izmantoti 10 skaitļi, sākot no 0 līdz 9. Te kauliņu skaits ir visu skaitļu summa no 1 līdz 10, tas ir, 55 kauliņi.

Piezīme. Domino 6 – komplekts ir standarta spēles komplekts un, iespējams, ka daži skolēni jau zina kauliņu skaitu 28. Uzdevuma nolūks ir atklāt kauliņu izveidošanas principus un atcerēties secīgu naturālu skaitļu virknes summēšanas paņēmienus (tabulas veidā ar pilnu pārlasi; ar grafa attēlošanu, izvietojot skaitļus aplī, vai Gausa metodes pielietojumu).

2. Kāda ir kopējā punktu summa uz kauliņiem 6 – komplektā?

Atrisinājums. Katrs skaitlis ir iekļauts pāri ar katru citu skaitli no dotā komplekta, tas nozīmē, ka katrs skaitlis atrodas uz sešiem kauliņiem. Vēl jāpieskaita dubultā kauliņa punktu summa. Tāpēc komplektā katrs skaitlis ir jāieskaita 8 reizes. Kopējā punktu summa ir

$$(0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) \cdot 8 = 168$$

Piezīme. Labākai izpratnei var lietot spēles komplektu, sistemātiski izkārtējot visus kauliņus uz galda: vienā rindā visu tos kauliņus, kas satur 0; otrā rindā, sākot no (1; 1) līdz (1; 6); trešā rindā, sākot no (2; 2) un tā izveidot kopumā 7 rindas, kur pēdējā rindā ir viens kauliņš (6; 6). Var izmantot arī citādu punktu skaitīšanas sistēmu.

3. (AMO37) Vairāki domino kauliņi ir salikti rindā viens aiz otra tā, ka katri divi viens otram sekojoši kauliņi saskaras ar pusēm, uz kurām attēlots vienāds punktu skaits. Zīmējumā parādītā rūtiņu virkne attēlo iegūtās domino kauliņu rindas fragmentu: katra rūtiņa atbilst domino kauliņa vienai pusei, bet nav iezīmētas kauliņu robežas. Nosaki, vai punktu skaits rūtiņā „A” var būt vienāds ar punktu skaitu **a)** rūtiņā „B”, **b)** rūtiņā „C”!



Piezīme. Uzdevumu ieteicams risināt zīmējot un analizējot dažādas iespējas.

Atrisinājums. Apskatīsim tādu domino kauliņu virknīti, kas atbilst spēles noteikumiem.

Te ir divas iespējas: 1) pozīcijā A var būt domino kauliņa beigu rūtiņa; 2) pozīcijā A var būt domino kauliņa sākuma rūtiņa.

- 1) Apskatīsim pirmo iespēju:



Ja kauliņi ir izvietoti pēc spēles noteikumiem, tad rūtiņā A un tai sekojošā rūtiņā pa labi ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to *. Ja pieņemsim, ka arī B rūtiņā ir tāds pats punktu skaits, tad vienāds punktu skaits būs rūtiņās:



No tā seko, ka vidējās rūtiņās arī ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to #:



Tas nozīmē, ka divi redzamie vidējie kauliņi ir vienādi. Šāda situācija nav iespējama, jo domino komplekta visi kauliņi ir dažādi.

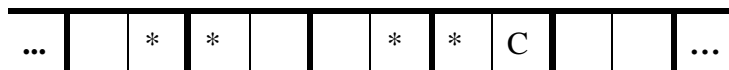
- 2) Otrā iespēja parāda sekojošu kauliņu izvietojumu:



Ja A un B rūtiņās ir vienāds punktu skaits *:

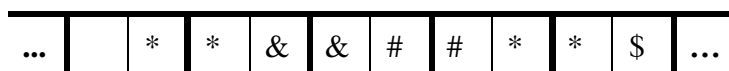


tad tāds pats punktu skaits būs arī sekojošās rūtiņās:

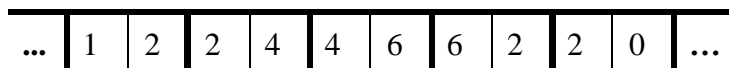


no kurienes, līdzīgi kā iepriekš, secinām, ka virknē pēc kārtas ir novietoti divi vienādi domino kauliņi.

- 3) Ir iespējams, ka rūtiņās A un C ir vienāds punktu skaits:



Skaitlisks piemērs, ja pieņem, ka rūtiņā A ir 2 punkti



4. Vai vari salikt ciklā pēc kārtas visus 2 – komplekta domino kauliņus saskaņā ar domino spēles noteikumiem?
Vai vari salikt 4 – komplekta visus kauliņus ciklā?

Atrisinājums. Pavisam ir seši 2 - komplekta domino kauliņi, kas kopā pārklātu rūtiņu rāmīša 12 rūtiņas. To var izdarīt visai vienkārši:

0	0	0	1
0			1
2			1
2	2	2	1

4 - komplektā ir 15 kauliņi, tāpēc izveidot rāmīti ir jau sarežģītāk. Aplūkosim visu komplektu:

0 0	1 1	2 2	3 3	4 4
0 1	1 2	2 3	3 4	
0 2	1 3	2 4		
0 3	1 4			
0 4				

Ja izdosies ciklā sakārtot visus tos kauliņus, kuriem abās rūtiņās ir dažāds punktu skaits, tad dubultos kauliņus varēs ievietot starp jebkuriem diviem kauliņiem ar atbilstošu punktu skaitu (piemēram, (0; 0) var izvietot starp kauliņiem (1; 0) (0;3), iegūstot (1; 0) (0; 0) (0; 3)).

Pirmajā kolonā kauliņu skaits, kas satur 0 un vēl citu skaitli, ir 4. Ievērosim, ja izveido vienu pāri, piemēram, (2; 0) (0; 1), tad arī otrs pāris virknē atradīsies blakus. Līdzīgi jāspriež arī par citiem kauliņiem. Sastādīsim virkni, mēģinot panākt, lai tā sākas un beidzas ar to pašu punktu skaitu:

(2; 0) (0; 1) (1; 3) (3; 0) (0; 4) (4; 3) (3; 2) (2; 1) (1; 4) (4; 2)

Tad atbilstošo domino kauliņu ciklu var izvietot rūtiņu taisnstūra ar izmēru 9 x 8 ārējā rāmīti:

2	0	0	0	0	1	1	3	3
2							0	
2							0	
2							4	
4							4	
4							3	
4							3	
4	1	1	1	1	2	2	3	3

5. Pārklāj taisnstūri 3 x 10 lauciņi ar domino 4 – komplekta kauliņiem tā, lai tie veido nepārtrauktu virkni saskaņā ar domino noteikumiem. Atrodi vairākus variantus!

Piezīme. Var izmantot iepriekšējā uzdevumā atrasto domino kauliņu virkni.

Atrisinājuma piemērs (virknes sākuma kauliņš iekrāsots gaiši zilā krāsā, bet beigu kauliņš – gaiši zaļā):

3	1	1	0	0	0	0	4	4	3
1	1	2	2	2	0	0	3	3	3
1	1	4	4	4	2	2	3	3	3

Rēbuss: Redzamās figūras satur tikai punktu skaitu uz katra domino kauliņa kvadrāta. Restaurē domino izklājumu, ja abas figūras izveidotas no visiem domino kauliņiem

1	4	4	4	4	4	0	0	3	3	1	1	5	5		
1	2	1	6	6	2	2	4	3	3	1	1	5	5		
1	2	0	0	0	6	6	6	2	2	4	4	3	3	6	6
5	2	0	2	0	0	2	2	2	2	4	4	3	3	6	6
1	3	3	3	3	5	5	5	5	5	6	6	0	0		
4	3	3	3	6	6	5	5	5	5	6	6	0	0		
4	5	1	1	1	6	5	3	0	0	1	1	2	2	4	4
								0	0	1	1	2	2	4	4

Komentārs. Attēlos redzamajiem rēbusiem ir izklaidējoša nozīme, tie paredzēti brīviem brīžiem, lai trenētu uzmanību. Risinājums sākas, sameklējot kādu unikālu kauliņa novietojumu, tas ir, jāatrod speciāla vieta, kur var novietot tikai vienu noteiktu kauliņu. Tā, piemēram, kauliņu (2; 2) iesākumā var novietot dažādās vietās. Bet kur var novietot kauliņu (5; 0)?