

PUNKTIŅŠ (B grupa) Cenas un nauda

13.04.2018

Īsi atrisinājumi un komentāri

1. Varim ir 8 monētas, kuru kopīgā summa ir 1.21 eiro. Varis nevar samainīt Irmis vienu eiro sīkāk, viņš nevar samainīt Roberta 50 centus sīkāk, viņš nevar samainīt Ilzes 20 centus sīkāk, nevar arī samainīt sīkāk ne 10, ne 5 centus. Kādas monētas ir Varim?

Atrisinājums. Vispirms jānoskaidro, kādi ir monētu izlases ierobežojumi:

Varim ir ne vairāk kā viena 50 centu monēta (ja ir 2 vai vairāk, tad var samainīt 1 eiro)

Ir ne vairāk kā četras 20 centu monētas,

Nav vienlaikus divas 20 centu un arī viena 10 centu monēta

Nav vienlaikus viena 20 centu un trīs 10 centu monētas

Ir ne vairāk kā viena 10 centu monēta

Ir ne vairāk kā četras 2 centu monētas

Ne vairāk kā četras 1 centa monētas

Nav vienlaikus divas 2centu un viena 1 centa monēta

Nav vienlaikus viena 2centu un trīs 1 centa monētas

Varim varētu būt 1 eiro monēta. Tad septiņu monētu summa ir 21 cents. Apskatīsim mazāko iespējamo monētu izlasi, kur monētu vērtības ir

1; 1; 1; 1; 5; 10; 20, bet šo monētu summa pārsniedz 21 centu. Viena eiro monēta Varim nebūs. Pieņemsim, ka viņam ir 50 centu monēta, tad septiņu atlikušo monētu vērtība ir 71 cents. Seko, ka viena no monētām ir 1 cents, bet, ja nav 1 centu monētas, tad jābūt 5 centu monētai un trim 2 centu monētām.

2. Latviešu valodas skolotājs uzrakstīja uz tāfeles alfabēta burtus: a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, r, s, t, u, v, z. Skolotājs teica, lai bērni no šiem burtiem izveido vārdu. Par katru vārda burtu viņš dos atbilstošu skaitu santīmu, bet maksās tikai par tādu vārdu, kura "cena" būs lielāka par vienu eiro. Burts a maksās 1 centu, b – divus, c – 3, Izveido arī tu šādu vārdu, kas maksātu vairāk par 1 eiro!

Piezīme. Šis ir izklaides uzdevums. Jāņem vērā, ka doti tikai īsie patskaņi un līdzskaņi bez mīkstinājuma. Var būt dažādas atbildes, piemēram, der vārds "HIDROELEKTROSTACIJA", kura "vērtība" ir 198. Var dot arī izaicinošāku uzdevumu – atrast vārdu, kura vērtība ir tieši 100.

3. Ansītis raganas mājiņā atrada 4 kastes ar zelta monētām. Pirmajā kastē bija par 4 monētām vairāk nekā otrajā. Otrajā kastē bija par 1 monētu mazāk nekā trešajā. Bet ceturtajā kastē bija divas reizes vairāk monētu nekā otrajā. Ansītis saskaitīja 70 monētas kopumā. Cik monētu bija katrā kastē?

Atrisinājums.

Der ievērot, ka monētu skaits kastēs ir izteikts attiecībā pret monētu skaitu otrajā kastē, ko apzīmēsim ar x . Tad pirmajā kastē ir $x + 4$, monētas; trešajā kastē ir $x + 1$ monēta, bet ceturtajā kastē ir $2x$ monētas. Monētu kopējo skaitu var izteikt ar formulu:

$$x + 4 + x + x + 1 + 2x = 70$$

Saīsinot $5x + 5 = 70$, no kurienes atrisinām, ka $x = 13$.

Monētu skaits kastē ir sekojošais: pirmajā kastē ir 17 monētas, otrajā 13, trešajā ir 14 monētas, bet ceturtajā ir 26 monētas.

4. Ir divas 1 centa monētas un divas 2 centu monētas un divas 5 centu monētas un divas 10 centu monētas. Tās saliktas rindā šādi: starp abām 1 centa monētām ir viena cita monēta. Starp abām 2 centu monētām ir 2 monētas, bet starp 5 centu monētām ir 3 citas monētas, starp 10 centu monētām ir 4 citas monētas. Atrodi šo sakārtojumu! Vai vari izveidot līdzīgu sakārtojumu, ja ir arī divas 20 centu monētas?

Atbilde. Monētu sakārtojums ir 10; 1; 5; 1; 2; 10; 5; 2. Līdzīgo sakārtojumu, kur ir arī 20 centu monētas, izveidot nevar (šī daļa ir paredzēta kā izpētes uzdevums, kur tiek analizētas dažādas izvietojuma iespējas un meklētas kopsakarības. Ieteicams sākt ar 20 centu monētu izvietojumu un aplūkot, kādas ir 10 centu izvietojuma iespējas, ja monētas jāizvieto 10 pozīcijās kopumā).

5. Uz galda rindā saliktas vairākas monētas. Trīs ceturtdaļas no tām ir ar ģerboni uz augšu. Dažas monētas pagrieza otrādi. Tagad ir divas piektās daļas monētu ar ģerboni uz augšu. Cik monētu ir rindā, ja dažādi pagriežto monētu skaita starpība ir 4 monētas?

Atrisinājums. Monētu skaitu apzīmēsim ar n . Pēc monētu apgriešanas ir $2/5$ daļas monētu ar ģerboni uz augšu un $3/5$ daļas ar ģerboni uz leju. To skaita starpība ir

$$\frac{3}{5}n - \frac{2}{5}n = 4,$$

no kurienes aprēķinām, ka monētu skaits ir 20. Iesākumā uz galda bija 15 monētas ar ģerboni uz augšu. Apgrieza 7 monētas.

6. Meistars Āzītis krāsu veikalā pirka divas otas. Kasieris abu otu cenas sareizināja un teica, ka jāmaksā 7 eiro un 20 centi. Āzītis sašutis aizrādīja, ka cena ir jāsummē nevis jāreizina. Kasieris atbildēja, ka nav nekāda starpība – saskaitīt vai reizināt. Cik maksāja otas?

Atrisinājums. Izteiksim otas cenu centos: \overline{abc} . Abu otu cena ir 720 centi, kas nozīmē, ka vismaz vienas otas cena ir izsakāma kā trīsciparu skaitlis. Apskatīsim, kāpēc tā ir, aplūkosim divus lielākās iespējamās cenas, kuras mazākas par 1 eiro un sareizināsim tās:

$$0,99 \cdot 0,99 = 0,9801$$

Izdarām divus secinājumus, 1) skaitļu reizinājums ir mazāks par 1 (reizinājums nerasnēgs 7 eiro 20 centi); 2) sareizinot divus decimālskaitļus, kuriem ir 2 cipari aiz komata, iegūstam skaitli, kuram ir 4 cipari aiz komata. No tā secinām, ka abu otu cenu reizinājums varētu būt 7,2000. Tāpēc aplūkosim skaitli 72000 un sadalīsim to pirmreizinašajos:

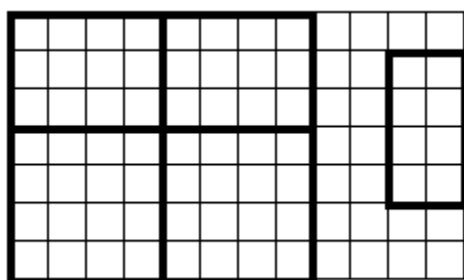
$$72000 = 2^6 \cdot 3^2 \cdot 5^3$$

Tālākais darbs ir tīri kombinatorisks – sadalīt šos 8 pirmreizinašajos divās grupās atbilstoši uzdevuma nosacījumiem. Variantu pārslasi var samazināt, piemēram, ievērojot, ka vienā no skaitļiem nevar būt vienlaikus visi trīs reizinātāji 5. Tad viena skaitļa reizinātāji ir

$$5 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 600, \text{ bet otra skaitļa reizinātāji ir } 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 120.$$

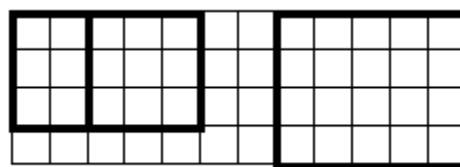
Viena ota maksāja 6 eiro, bet otra 1,2 eiro.

7. Meistars Ūpis devās uz veikalu pirkt logus mājas remontam. Katra loga cena bija summa no izmantotā stikla un logu rāmja cenas. Cik maksā 1 dm² stikla un 1 dm rāmja? Kura loga cena ir aprēķināta nepareizi?



1460 Euro

320 Euro



580 Euro

560 Euro

Atrisinājums. Apzīmēsim stikla rūtis cenu ar x , bet loga rāmja 1 vienību ar y . Saskaitīsim, cik rūtis ir katram logam, un cik vienību ir rāmja kopgarums katram logam un pielīdzināsim to ar cenu:

$$56x + 45y = 1460$$

$$8x + 12y = 320$$

$$15x + 19y = 580$$

$$20x + 18y = 560$$

Otrā loga cenu pareizināsim ar 7, tad $56x + 84y = 2240$. Aprēķināsim šīs cenas un pirmā loga cenas starpību

$$56x + 84y = 2240$$

$$56x + 45y = 1460$$

Starpība ir 780 eiro. No dotā redzams, ka tik maksā $84 - 45 = 39$ vienības logu rāmja. Tāpēc 1 dm rāmja maksā $780 : 39 = 20$ eiro. Aprēķinām, ka loga rūts jeb 1 dm^2 maksā 10 eiro.

Pārbaudām trešā loga cenu: $15 \cdot 10 + 19 \cdot 20 = 150 + 380 = 530$ eiro. Līdzīgi var pārbaudīt, ka ceturtais loga cena atbilst. Tāpēc trešā loga cena norādīta nepareizi.