

## PUNKTIŅŠ (B grupa) Domino

27.04.2018

### Īsi atrisinājumi un komentāri

*Piezīme.* Domino kauliņu komplektu saucim par  $n$  – komplektu, ja tajā iekļautie kauliņi satur visas pāru kombinācijas no tukša lauciņa līdz pat  $n$  punktiem.

1. Cik kauliņu ir 9 – komplektā?

*Atrisinājums.* Domino komplektā ietilpst kauliņi, sākot no (0; 0) līdz (9; 9). Katrs skaitlis no 0 līdz 9 komplektā veido pāri ar katru no 10 dotiem skaitļiem. Kauliņu skaits ir visu naturālo skaitļu summa no 1 līdz 10, tātad 55.

2. Kāda ir kopējā punktu summa uz kauliņiem 9 – komplektā?

*Atrisinājums.* Katrs skaitlis pilnā komplektā sastopams 11 reizes. Visu skaitļu summa no 0 līdz 9 ir 45. Visu komplektā iekļauto kauliņu punktu summa ir  $45 \cdot 11 = 495$

3. (AMO37) Vairāki domino kauliņi ir salikti rindā viens aiz otra tā, ka katri divi viens otram sekojoši kauliņi saskaras ar pusēm, uz kurām attēlots vienāds punktu skaits. Zīmējumā parādītā rūtiņa virkne attēlo iegūtās domino kauliņu rindas fragmentu: katra rūtiņa atbilst domino kauliņa vienai pusei, bet nav iezīmētas kauliņu robežas. Nosaki, vai punktu skaits rūtiņā „A” var būt vienāds ar punktu skaitu **a)** rūtiņā „B”, **b)** rūtiņā „C”!



*Atrisinājums.* Apskatīsim tādu domino kauliņu virknīti, kas atbilst spēles noteikumiem.

Te ir divas iespējas: 1) pozīcijā A var būt domino kauliņa beigu rūtiņa; 2) pozīcijā A var būt domino kauliņa sākuma rūtiņa.

1) Apskatīsim pirmo iespēju:



Ja kauliņi ir izvietoti pēc spēles noteikumiem, tad rūtiņā A un tai sekojošā rūtiņā pa labi ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to \*. Ja pieņemsim, ka arī B rūtiņā ir tāds pats punktu skaits, tad vienāds punktu skaits būs rūtiņās:



No tā seko, ka vidējās rūtiņās arī ir vienāds punktu skaits, apzīmēsim to #:



Tas nozīmē, ka divi redzami vidējie kauliņi ir vienādi. Šāda situācija nav iespējama, jo domino komplekta visi kauliņi ir dažādi.

2) Otrā iespēja parāda sekojošu kauliņu izvietojumu:

...			A				B	C			...
-----	--	--	---	--	--	--	---	---	--	--	-----

Ja A un B rūtiņās ir vienāds punktu skaits \*:

...			*				*	C			...
-----	--	--	---	--	--	--	---	---	--	--	-----

tad tāds pats punktu skaits būs arī sekojošās rūtiņās:

...		*	*			*	*	C			...
-----	--	---	---	--	--	---	---	---	--	--	-----

no kurienes, līdzīgi kā iepriekš, secinām, ka virknē pēc kārtas ir novietoti divi vienādi domino kauliņi.

3) Ir iespējams, ka rūtiņās A un C ir vienāds punktu skaits, piemēram:

...	1	2	2	4	4	6	6	2	2	0	...
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	-----

4. Vai vari salikt ciklā pēc kārtas visus 4 – komplekta domino kauliņus saskaņā ar domino spēles noteikumiem? Vai vari salikt 5 – komplekta visus kauliņus ciklā?

*Atrisinājums.* Domino kauliņus no 4 – komplekta salikt var. Piemēram:

2	0	0	0	0	1	1	3	3
2							0	
2							0	
2							4	
4							4	
4							3	
4							3	
4	1	1	1	1	2	2	3	3

Savukārt visus 5 – komplekta kauliņus ciklā (un pat virknē) salikt nevar. Pietiek aplūkot vienu no sešiem dotiem skaitļiem, piemēram, 2. Kauliņu skaits, kuros ir sastopami 2 punkti, kopumā ir 6. Viens no kauliņiem ir “dubultnieks” (2; 2), to var ielikt starp jebkuru pāri (x; 2) (2; y). Atliek 5 kauliņi, kur vienā rūtiņā ir 2 punkti, bet otrā rūtiņā ir atšķirīgs punktu skaits. Piecus kauliņus nevar sadalīt pa pāriem, ciklu no visiem kauliņiem izveidot nevar.

5. Saliekot blakus divus domino kauliņus, iegūst četrциparu skaitli. No četriem domino kauliņiem izveido divus četrциparu skaitļus, kuru summa ir desmit tūkstoši!

*Atrisinājums.* Četrциparu skaitļu pēdējo ciparu summa var būt tikai  $5 + 5$  vai  $6 + 4$ . Pārējo 3 ciparu summa pa pāriem veidos skaitli 9. To var sastādīt saskaitot  $9 = 6 + 3 = 5 + 4$ . Tie kauliņi, no kuriem varēs izveidot prasītos četrциparu skaitļus ir (6; 6), (6; 5), (6; 4), (6; 3), (5; 5), (5; 4), (5; 3), (4; 4), (4; 3), (3; 3). Ir iespējami vairāki atrisinājumi, piemēram:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 6 \\ \hline \end{array} \\
 + \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0
 \end{array}$$

6. No sešiem domino kauliņiem izveido divus četrциparu skaitļus un to summu no atlikušiem diviem domino kauliņiem. Kādus divus “visgarākos” skaitļus (kuriem ir vislielākais iespējamais ciparu skaits) un to summu vari izveidot no domino kauliņiem?

*Atrisinājuma ideja.* Pirmo piemēru - izveidot no četriem kauliņiem divus 4 – ciparu skaitļus un arī to četrциparu summu - var vienkārši.

Veidojot “garos” skaitļus, var mēģināt izveidot divus saskaitāmos katru no 9 kauliņiem un arī to summu no 9 kauliņiem, izmantojot 27 domino kauliņus. Var izveidot divus 18 ciparu skaitļus, kurus saskaita., piemēram, atliekot sāņus kauliņu (0; 0), var visus citus domino kauliņus sadalīt pa trim, kur divi kauliņi veido trešā kauliņa punktu summu. Jāievēro, ka visu punktu summa ir 168. To kauliņu punktu kopējais skaits, kuri būs divu “garo” skaitļu summa, ir puse no 168, tas ir 84.

Viens no piemēriem:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 4 \\ \hline \end{array} \\
 + \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 1 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 2 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 1 & 1 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 2 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 3 & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 3 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 4 & 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 4 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 5 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 6 & 6 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 5 & 4 \\ \hline \end{array}
 \end{array}$$

*Komentārs.* Nevar izveidot tādu divциpara skaitļu summu, izmantojot 3 domino kauliņus, kur viens no saskaitāmajiem ir kauliņš (0; 0), jo tad būtu nepieciešami divi vienādi kauliņi:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{|c|c|} \hline a & b \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline c & d \\ \hline \end{array} \\
 + \\
 \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 a \quad b \quad c \quad d
 \end{array}$$

Kauliņu (0; 0) varētu izmantot tikai kā divu skaitļu summas fragmentu, kas iegūts ar pārnesuma palīdzību (līdzīgi kā iepriekšējā uzdevumā iegūst summā skaitli 10000). Te *izaicinājums*: vai vari sastādīt divu 18 ciparu skaitļu summu, izmantojot visus domino kauliņus, kur summas skaitļa pirmais cipars ir 1, izmantojot kauliņu (0; 1) summas kauliņu virknes kreisajā pusē?

**Rēbuss:** Redzamās figūras satur tikai punktu skaitu uz katra domino kauliņa kvadrāta. Restaurē domino izklājumu, ja abas figūras izveidotas no visiem domino kauliņiem

*Piezīme:* rēbuss paredzēts kā izklaidējošs uzdevums brīviem brīžiem.

1 4 4 4 4 4 0 0	3 3 1 1 5 5
1 2 1 6 6 2 2 4	3 3 1 1 5 5
1 2 0 0 0 6 6 6	2 2 4 4 3 3 6 6
5 2 0 2 0 0 2 2	2 2 4 4 3 3 6 6
1 3 3 3 3 5 5 5	5 5 6 6 0 0
4 3 3 3 6 6 5 5	5 5 6 6 0 0
4 5 1 1 1 6 5 3	0 0 1 1 2 2 4 4
	0 0 1 1 2 2 4 4