

Punktiņš. (A grupa) Atrodi pārskaitļus un nepārskaitļus!

9.11.2018

Nodarbības mērķis: mācīties novērtēt dotos lielumus, neizdarot apjomīgus aprēķinus; ievērot skaitļu summas, starpības un reizinājuma paritāti. Mācīties formulēt apgalvojumus.

Komentārs. Nodarbības sākumā ieteicams uzzīmēt divas vienkāršas tabuliņas, kas skolēniem jāaizpilda ar burtiem P un N, nosakot rezultāta paritāti:

+	Pāra skaitlis	Nepāra skaitlis	x	Pāra skaitlis	Nepāra skaitlis
Pāra skaitlis			Pāra skaitlis		
Nepāra skaitlis			Nepāra skaitlis		

1. Marta, Anna, Ieva, Simona un Renāte gāja uz kino un savu mēteļu kabatās bija iebērušas konfektes. Izrādījās, ka katrai meitenei vienā no kabatām bija 3 reizes vairāk konfekšu, nekā otrā. Vai var gadīties, ka viņām visām kopā bija 31 konfekte?

Atrisinājums. Vispirms ir noderīgi aplūkot dažus piemērus:

Vienā kabatā	Otrā kabatā	Kopā
1	3	4
2	6	8
3	9	12
4	12	16

Visi rezultāti ir pāra skaitļi, tas ir, katrai meitenei ir pāra skaits konfekšu. Ja meitenei vienā kabatā ir pāra skaits konfekšu, tad tāds tas ir arī otrā kabatā. Ja meitenei kabatā ir nepāra skaits konfekšu, tad otrā kabatā arī ir nepāra skaits konfekšu (jo reizinot nepāra skaitli ar 3 rezultāts ir nepāra skaitlis). Saskaitot divus nepāra skaitļus, iegūstam pāra skaitli.

Ja visām meitenēm ir pāra skaits konfekšu, tad konfekšu kopējais skaits nevar būt nepāra skaitlis 31.

2. Jānim ir 20 monētas 2 un 5 centu vērtībā. Naudas kopējā summa dalās ar 10 un nav lielāka par 1 eiro. Cik naudas ir Jānim?

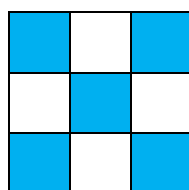
Atrisinājums. Ja Jāņa naudas summa ir izsakāma pilnos desmitos, tad šis skaitlis ir pāra skaitlis. Tāpēc arī 5 centu monētas būs pāra skaitā – divas, četras, sešas, Divu centu monētas veidos pilnus desmitus – tās var būt skaitā 5, vai 10, vai 15, Izveidosim tabulu, atceroties, ka kopējais monētu skaits ir 20 un naudas vērtība nepārsniedz 1 eiro:

2 centu monētu skaits	To summa	5 centu monētu skaits	To summa	Kopējā naudas summa
5	10	15	75	85
10	20	10	50	70
15	30	5	25	55
20	40	0	-	40

No tabulas redzams, ka vienīgais derīgais atrisinājums ir 70 centi, jo Jānim ir vismaz viena 5 centu monēta.

3. Rūtiņu kvadrāta 3 x 3 rūtiņās ieraksti visus skaitļus no 1 līdz 9 tā, lai skaitļu starpība jebkurās divās kaimiņu rūtiņās būtu nepāra skaitlis!

Atrisinājums. Te iespējami daudzi atrisinājumi. Starp deviņiem viencipara skaitļiem ir 5 nepāra skaitļi un 4 pāra skaitļi. Aplūkosim doto kvadrātu:



Kā kaimiņu rūtiņas ir jāizvēlas zila un balta rūtiņas. Visās zilajās rūtiņās izvietosim dotos nepāra skaitļus jebkurā secībā, bet baltajās rūtiņās izvietosim pāra skaitļus jebkurā secībā.

4. Māris sareizināja divus skaitļus ar abu skaitļu summu un ieguva 819. Mārtiņš teica, ka Māris ir kļūdījies. Kuram ir taisnība?

Atrisinājums. Skaitli 819 var sadalīt reizinātājos: $819 = 7 \cdot 9 \cdot 13$. Taču neviens no šo skaitļu pāriem neatbilst uzdevuma nosacījumiem.

Mārtiņam ir taisnība, pat nemeklējot skaitļa 819 dalītājus. Pieņemsim, ka doti skaitļi A un B. Tad uzdevumā aprakstītā darbība ir $A \cdot B \cdot (A + B)$. Ja jebkurš no skaitļiem A vai B ir pārskaitlis, tad darbības rezultāts ir pārskaitlis (jebkuru skaitli reizinot ar pārskaitli, iegūstam pārskaitli). Ja A un B abi ir nepāra skaitļi, tad to summa $A + B$ ir pāra skaitlis un darbības rezultāts ir pārskaitlis. Tas ir pretrunā ar to, ka Māris ir nosaucis nepāra skaitli.

5. Emīls uz tāfeles uzrakstīja tādus 45 naturālus skaitļus, kuru summa ir pāra skaitlis. Vai Miķelis var nodzēst vienu skaitli tā, lai atlikušo 44 skaitļu summa arī ir pāra skaitlis? Ja Miķelim tas izdevās, vai Emīls tagad arī var nodzēst vienu skaitli tā, lai atlikušo 43 skaitļu summa ir pārskaitlis?

Atrisinājums. No dotā seko, ka starp 45 dotajiem skaitļiem ir vismaz viens pāra skaitlis. Ja visi ir pāra skaitļi, tad var nodzēst jebkuru vienu vai divus no tiem, kopējā skaitļu summa joprojām būs pārskaitlis. Līdzīgi tas ir arī tad, ja pārskaitļu skaits ir 3 vai vairāk. Tāpēc Miķelim noteikti jānodzēš pārskaitlis. Emīlam šāda iespēja var arī nebūt. Ja Emīls ir uz tāfeles uzrakstījis 44 nepāra skaitļus un vienu pāra skaitli, tad Miķelis var nodzēst šo vienīgo pāra skaitli, atstājot visus 44 nepāra skaitļus. Ja kādu no šiem nepāra skaitļiem nodzēš, tad atliek 43 nepāra skaitļi, kuru summa arī ir nepāra skaitlis.

6. Mazā blusiņa lec pa rūtiņu taisni. Pirmais lēcieni ir 1 rūtiņa, otrais lēcieni ir 2 rūtiņas, trešais 3, un ar katru nākamo lēcieni tas pagarinās par vienu rūtiņu. Vai ir iespējams, a) ka pēc 13 lēcieniem blusiņa nonāk sākuma punktā? b) pēc 12 lēcieniem?

Atrisinājums. a) Ar 13 lēcieniem blusiņa nevar nonākt sākuma punktā. Lai tas būtu iespējams, lēcieni kopējam garumam vienā virzienā ir jāsakrīt ar lēcieni kopējo garumu otrā virzienā. No tā seko, ka visu lēcieni garumu kopējā summa ir pāra skaitlis. Bet skaitļu summa no 1 līdz 13 ir nepāra skaitlis: $1 + 2 + 3 + \dots + 13 = 91$.

b) Ar 12 lēcieniem blusiņa var nonākt sākuma punktā. Skaitļu summa no 1 līdz 12 ir 78. Tad kopējais lēcieni garums vienā virzienā ir 39 un otrā virzienā arī ir 39. Atrodam, ka skaitļu summa $6 + 10 + 11 + 12 = 39$. Tad blusiņa varētu būt lēkusi sekojoši:

Pirmie pieci lēcieni uz priekšu (to kopējais garums ir $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$ rūtiņas tālu no sākuma punkta); tad viens lēcieni atpakaļ ($15 - 6 = 9$ rūtiņas no sākuma punkta); vēl 3 lēcieni uz priekšu ($9 + 7 + 8 + 9 = 33$); beidzot 3 lēcieni atpakaļ virzienā ($33 - 10 - 11 - 12 = 0$).

Ja pieņemsim, ka blusiņa no sākuma lēca tikai vienā virzienā un tad lēca tikai atpakaļ virzienā, tad jāatrod tāda secīgu skaitļu virkne, kuru summa ir 39. Ievērojot, ka skaitļu summa no 1 līdz 8 ir 36, bet skaitļu summa no 1 līdz 9 ir jau 45, tad prasītais nav sasniedzams. Blusiņai jāmaina lēcieni virziens vairāk kā vienu reizi.