

**Jauno matemātiķu konkurss
2018./2019. mācību gads**

2. kārtas uzdevumi un atrisinājumi

1. Pieciparu skaitlis

Atrodi pieciparu skaitli, kura pierakstā izmantoti pieci dažādi cipari, nav izmantots cipars 0 un 1, turklāt

- ceturtais cipars ir vienāds ar $\frac{1}{4}$ no visu ciparu summas,
- otrais cipars ir divas reizes lielāks nekā pirmais cipars,
- trešais cipars ir vislielākais,
- pēdējais cipars ir pirmo divu ciparu summa!

Atrisinājums. Meklētais pieciparu skaitlis ir 24976, jo

- visu ciparu summa ir 28 un ceturtais cipars ir $7 = \frac{1}{4} \cdot 28$;
- pirmais cipars ir 2, bet otrais cipars ir $4 = 2 \cdot 2$;
- trešais cipars 9 ir lielāks nekā visi citi cipari;
- pēdējais cipars $6 = 2 + 4$.

Piezīme. Ir tikai viens pieciparu skaitlis, kas atbilst uzdevuma nosacījumiem. To atrast var palīdzēt tālāk apskatītie spriedumi. Ja meklējamo skaitli apzīmē kā \overline{abcde} , tad no dotā izriet, ka

$$d = \frac{1}{4}(a + b + c + d + e) \text{ jeb } 4d = a + b + c + d + e \quad (1)$$

$$2a = b \quad (2)$$

$$e = a + b \text{ jeb } e = 3a \quad (3)$$

Izmantojot (2) un (3), no (1) iegūst

$$4d = a + 2a + c + d + 3a$$

$$4d = 6a + c + d$$

$$6a + c = 3d$$

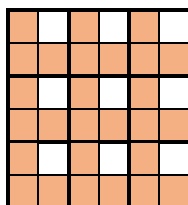
Apskatot visas ciparu b, c, d kombinācijas, kam izpildās vienādība $6a + c = 3d$, iegūstam meklēto skaitli.

2. Rūtiņu krāsošana

Kādu lielāko skaitu rūtiņu var iekrāsot kvadrātā 6×6 , lai no tā nevarētu izgriezt nevienu kvadrātu 2×2 , kam visas rūtiņas ir iekrāsotas?

Atrisinājums. Maksimālais rūtiņu skaits, ko var iekrāsot, ir 27, skat., piemēram, 1. att.

Pamatosim, ka nevar iekrāsot vairāk kā 27 rūtiņas. Sadalām doto kvadrātu deviņos kvadrātos 2×2 (skat. 1. att. dalījumu, kas iezīmēts ar biezākām līnijām). Katrā kvadrātā 2×2 drīkst būt iekrāsotas ne vairāk kā 3 rūtiņas (pretējā gadījumā varēs izgriezt kvadrātu 2×2 , kam visas rūtiņas ir iekrāsotas), tātad kopā drīkst iekrāsot ne vairāk kā $9 \cdot 3 = 27$ rūtiņas.



1. att.

3. Nozieguma atklāšana

Policija vakar arestēja Džimu, Benu un Samuēlu, jo pierādījumi liecina, ka viens no viņiem ir aplaupījis vietējo banku. Aizdomās turamie tika nopratināti.

Džims: "Es neesmu vainīgs."

Bens: "Es neesmu vainīgs."

Samuēls: "Bens ir vainīgs."

Noskaidro, kas apzaga banku, ja tikai viena no šīm liecībām ir patiesa!

1. atrisinājums. Banku apzaga Džims. Lai to apgalvotu apskatam visus iespējamus gadījumus, kurš varētu melot un kurš teikt patiesību.

- Ja Džims saka patiesību, tad no Bena teiktā izriet, ka Bens ir vainīgs, savukārt no Samuēla teiktā izriet, ka Bens nav vainīgs. Tā kā Bens nevar vienlaicīgi būt gan vainīgs, gan nevainīgs, secinām, ka Džims nevar teikt patiesību.
- Ja Bens saka patiesību, tad Bens nav vainīgs, ko apstiprina arī Samuēla apgalvojums (jo viņš melo, ka Bens ir vainīgs), un no Džima teiktā izriet, ka Džims ir vainīgs.
- Ja Samuēls saka patiesību, līdzīgi, kā iepriekš iegūstam pretrunu, jo no Samuēla un Bena teiktā izriet, ka Bens ir vainīgs, savukārt no Džima teiktā izriet, ka viņš ir vainīgs. Tā kā uzdevuma nosacījumos teikts, ka banku apzaga viens no viņiem, tad arī Samuēls melo.

Līdz ar to vienīgais, kurš saka patiesību, ir Bens, bet Džims un Samuēls melo, tātad Džims apzaga banku.

2. atrisinājums. Banku apzaga Džims.

Ievērojām, ka no liecībām

Bens: "Es neesmu vainīgs."

Samuēls: "Bens ir vainīgs."

tieši viena ir patiesa. Tā kā pēc dotā tikai viena liecība ir patiesa, tad secinām, ka Džims noteikti melo, sakot, ka viņš nav vainīgs.

4. Latvijai 100

Divi spēlētāji kvadrātā ar izmēriem **a)** 18×18 ; **b)** 11×11 rūtiņas pamīšus raksta tekstu **LV100** tā, ka šis teksts tiek ierakstīts piecās tukšās blakus rūtiņās, kas atrodas vai nu vienā rindā, vai vienā kolonnā. Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar izdarīt gājieni, tas ir, ierakstīt tekstu atbilstoši noteikumiem. Kurš spēlētājs – pirmais vai otrais – vienmēr var uzvarēt?

Piemēram, skat. 2. att., kur parādīti kādas spēles pirmie pieci gājieni.

Piezīme. Par pirmo spēlētāju sauc to, kas izdara pirmo gājieni, par otro spēlētāju – viņa pretinieku.

	L	V	1	0	0															
	L																			
	V									L										
	1									V										
	0			L						1										
	0			V						0										
				1						0										
				0			L	V	1	0	0									
				0																

2. att.

