

Punktiņš. (A grupa) “Divi pelēni sēž aiz kastes....sasiesim astes!”

18.01.2019

Nodarbības mērķis: uzdevumu risināšanā mācīsimies uzdevuma nosacījumus attēlot shematiski. Mācīsimies vizuāli domāt, izvērtēt iespējamus variantus. Uzmanīgi lasīsim uzdevuma nosacījumus.

1. Apgabalā ir 17 ciemati, no katra ciemata uz citiem apgabala ciematiem iziet 4 ceļi. Par katra ceļa uzturēšanu katrs ciemats pašvaldībai maksā 300 eiro gadā. a) Cik naudas pašvaldība saņem kopumā? b) Iedzīvotāju trūkuma dēļ 5 ceļus slēdza. Cik tagad pašvaldība saņem?

Atrisinājums. Pakāpeniski aplūkosim uzdevuma nosacījumus un spriedīsim, ko no tiem var secināt:

- 1) Ja no katra ciemata iziet 4 ceļi, tas izskatās:



Par to uzturēšanu ciemats maksā pašvaldībai 1200 eiro gadā.

- 2) Katrs ceļš savieno divus ciematus, tas izskatās:



Tad pašvaldība par vienu ceļu saņem 600 eiro gadā.

- 3) Cik pavisam ir ceļu šajā ciematu apgabalā? Saskaitīsim visus ceļu galus, kuri pieiet katram ciematam

$$17 \cdot 4 = 68$$

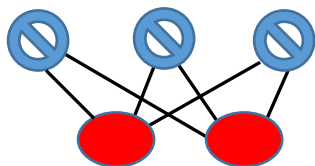
Te esam saskaitījuši katru ceļu divas reizes (jo ceļš savieno divus ciematus). Tāpēc ceļu skaits ir divas reizes mazāks - 34 ceļi.

Pašvaldība kopumā saņem $34 \cdot 600 = 20400$ eiro gadā.

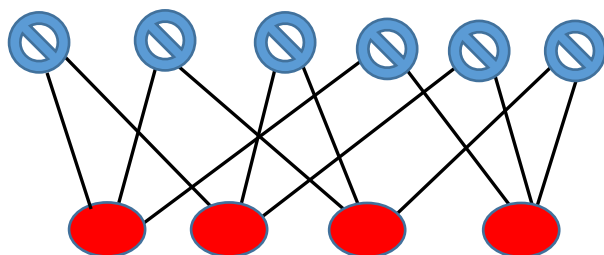
- 4) Ja slēdz 5 ceļus, tad pašvaldība vairs nesaņem 600 eiro par katru no tiem, kopumā 3000. tad ieņēmumi ir 17400.

2. Divās rindās saliktas pogas – vienā rindā sarkanās, bet otrā rindā zilas. Katra zilā poga ir sasieta ar divām sarkanām, bet katra sarkanā – ar 3 zilām. Cik pogu varētu būt katrā rindā? Uzzīmē vismaz divus atšķirīgus gadījumus!

Atrisinājums. No uzdevuma nosacījumiem izriet, ka ir vismaz 3 zilās pogas un vismaz 2 sarkanās pogas. Tāpēc var uzzīmēt vismazāko gadījumu:



Ir vienkārši ievērot, ka zilo pogu skaits noteikti dalīsies ar 3, bet sarkano pogu skaits būs pāra skaitlis – tad var zīmēt vairākas šādas atsevišķas grupas. Bet pogas var būt sasietas tā, ka nav divas (vai vairāk) atsevišķas grupas, piemēram:



3. Rindā ir 4 sarkanas pogas, kur katrai ir piesietas 3 zilās pogas. Uzzīmē, cik zilo pogu varētu būt!

Atrisinājums. Uzdevumā nav teikts, kā piesieta katra zilā poga. Var gadīties, ka katra zilā poga piesieta visām sarkanajām pogām, tad zilo pogu skaits ir 3 un katra zilā ir sasieta ar katru sarkano pogu. Var gadīties, ka katrai zilajai pogai pieiet tikai viens pavediens, tad zilo pogu skaits ir 12. Var arī gadīties, ka zilajām pogām pieiet dažāds pavedienu skaits. Tāpēc vismazākais iespējamais zilo pogu skaits ir 3, lielākais – 12. zilo pogu skaits var būt jebkurš skaitlis no 3 līdz 12.

4. Kādā jautrā pasākumā ieradās liels draugu pulks. Katrs zēns te draudzējās tieši ar trim meitenēm, bet katra meitene draudzējās tieši ar pieciem zēniem. Cik bērnu bija šajā pulkā, ja viņu skaits bija vismaz 19, bet ne vairāk kā 25?

Atrisinājums. Līdzīgi kā otrā uzdevuma atrisinājumā, varam spriest, ka meiteņu skaits dalās ar 3, bet zēnu skaits dalās ar 5. Varam izveidot tabulu:

Meitenes	Zēni	Kopā
3	5	8
6	10	16
9	15	24
12	20	32

Ievērojot, ka bērnu skaits nav mazāks par 19 un nav lielāks par 25, tad vienīgais iespējamais risinājums ir, ka pasākumā bija 9 meitenes un 15 zēni, kopā 24 bērni.

5. Reiz dzīvoja karalis, kuram bija 3 dēli, arī turpmāk karaļa dinastijā dzima tikai dēli. Cik daudz pēcnācēju kopumā karalim bija, ja 24 viņa pēcnācējiem katram bija 3 dēli, bet visiem pārējiem bērnu nebija?

Komentārs. Lai labāk izprastu uzdevuma nosacījumus, ieteicams zīmēt karaļa dzimtas koku. Ir dažādi varianti, kā dzimta var izvērsties, iespējami dažāda veida dzimtas koki – vai dzimta uzreiz “iet plašumā”, tas ir, katram no trim karaļa dēļiem ir 3 pēcnācēji un tiem atkal katram ir 3 pēcnācēji un tā joprojām. Vai arī, piemēram, dzimtā attīstās tikai viens dzimtas zars – katrā paaudzē ir tikai viens dzimtas turpinātājs.

Atrisinājums. Karalim bija 3 dēli un vēl 24 viņa pēcnācējiem bija katram 3 dēli. Tāpēc kopējais pēcnācēju skaits ir aprēķināms sekojoši: $25 \cdot 3 = 75$. Karalim bija 75 pēcnācēji.

6. Bibliotēkā satikās 9 sirmi bibliotekāri un gribēja savā starpā sarokoties. Bet diviem bibliotekāriem bija pilnas rokas ar grāmatām, tāpēc viņi tikai pamāja ar galvu. Visi pārējie sarokojās vienādu skaitu reižu. Ar cik draugiem katrs bibliotekārs sarokojās?

Atrisinājums. Ja diviem bibliotekāriem bija aizņemtas rokas, tad sarokoties varēja tikai septiņi. Pieņemsim, ka katrs sarokojās vismaz ar vienu citu kolēģi. Nav iespējams, ka katrs sarokojās tieši ar vienu citu kolēģi, jo tad būtu sarokojušies atsevišķi kolēģu pāri, bet 7 cilvēkus pāros iedalīt nevar. Ir iespējams, ka kolēģi katrs ir sarokojušies tieši ar diviem kolēģiem, vai ar 4, vai katrs ar katru (ar sešiem). Nepāra sarokošanās skaits nav iespējams. Ja saskaita katra bibliotekāra izdarīto rokas spiedienu skaitu un tie visi katram ir vienādi ar n , tad kopējais katra bibliotekāra rokas spiedienu skaits ir $7 \cdot n$. Ievērojot, ka vienā sveicienā piedalās 2 dalībnieki, tad katra šāda sarokošanās ir ieskaitīta 2 reizes. Tāpēc skaitlim n ir jābūt pāra skaitlim.

Piezīme. Skolēniem var ierosināt, lai viņi shematiski attēlo sasveicināšanos, kur katrs no bibliotekāriem sasveicinās tieši ar diviem citiem (četriem; sešiem) kolēģiem.