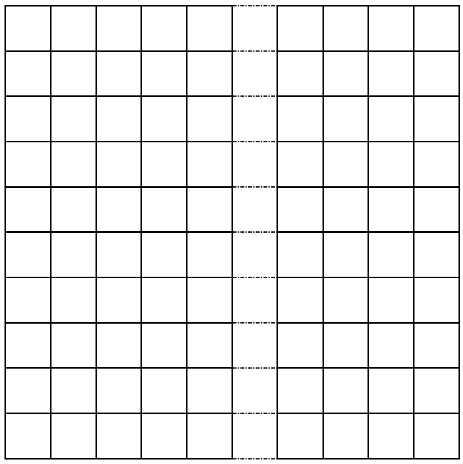
Punktiņš (A Grupa) stāsta par vecās mājas bēniņos atrasto noslēpumaino lādi.
08.02.2019

Nodarbības mērķis: Gatavojoties uz Republikas Novadu Matemātikas olimpiādi, ir paziņots, ka viens no uzdevumiem būs par svēršanu. Šajos uzdevumos viens no svarīgākiem sekmīga atrisinājuma nosacījumiem, ir māka pareizi sagrupēt dotos elementus. Tāpēc ir izvēlēti uzdevumi, kuros var lietot grupēšanas metodi. Pēdējais uzdevums ir par svēršanu.

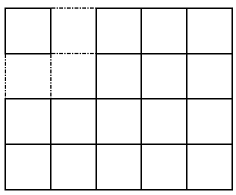
1. Lādes augšpusē bija kvadrātveida tīkliņš, kur aukliņas bija sasietas tā, ka tīkliņš veidoja 10 x 10 kvadrātus. Ņemot to laukā, tīkliņš sadalījās 2 daļās. Kāds varēja būt mazākais sairušo aukliņu skaits? (viena aukliņa savieno divus tīkla mezglus – kā rūtiņas viena mala).

Atrisinājums. (Iesildīšanās uzdevums). Ja tīkliņš saira divās atsevišķās daļās, varētu būt, ka satrūka vienas rindas visas aukliņas:



Te kopumā būs satrūkušas 11 aukliņas. Aplūkosim uzdevumu sīkāk.

Šādam tīklam ir 3 veidu rūtiņas – stūra rūtiņa, rūtiņa pie malas un iekšēja rūtiņa. Ja pieņem, ka mazākais tīkla gabals ir tikai viena rūtiņa, tad jāapskata minētās. Lai atdalītos kāda iekšējā rūtiņa, jāpārtrūkst 8 apkārt esošām aukliņām. Lai atdalītos malējā rūtiņa, pārtūks 6 aukliņas. Tātad vismazākais ir 4 pārtrūkušas aukliņas, ja no tīkliņa ir notrūkusi viena stūra rūtiņa:



2. Antons lādē atrada 20 marmora lodītes un izlika tās rindā. Izrādījās, ka katrām divām blakus esošām lodītēm masas atšķiras tieši par 1 gramu. Antons vēlējās lodītes sadalīt divās vienādās daļās godīgi, lai pusi atdotu savai māsai Helēnai. Vai tas vispār ir iespējams - sadalīt lodītes tā, lai abās daļās ir vienāds arī lodīšu kopējais svars?

Atrisinājums. Apskatīsim divas blakus esošas lodītes – tās atšķiras par 1 gramu, smagāka ir vai nu pirmā vai otrā lodīte. Par nākamajām divām lodītēm var teikt to pašu. No abiem pāriem ņemam vieglākās lodītes un samainām vietām, tad abos pāros ir vienāds lodīšu kopējais svars.

Piemērs: lodīšu svari ir 2; 3; 2; 1. Pirmais pāris (2 un 3 gramu lodītes) un otrais pāris (2 un 1 grami). No pirmā pāra ņemam lodīti ar svaru 2 grami, bet no otrā – lodīti ar svaru 1 grams un tās samainām vietām. Pirmā pāra svars: 1 + 3 = 4 grami; otrā pāra svars: 2 + 2 = 4 grami. Tagad var katru pāri nolikt atsevišķi.

Līdzīgi rīkojas ar katrām nākamām četrām pēc kārtas sekojošām lodītēm. Pārus ar vienādo svaru liek katru savā grupā. Tā kā lodīšu skaits ir 20, tad izveidosies 10 pāri un pieci "pāru pāri" jeb četrinieki. Tātad lodītes var sadalīt divās vienādās daļās pēc skaita un tā, lai katra grupa sver vienādi.

3. Helēna lādē atrada īstu pērļu virkni, kura bija savērta uz izturīga linu diega. Te bija baltās un ļoti retās sārtās pērles. Vienā virtenes galā bija baltā pērle, bet otrā – sārtā pērle. Helēna iedomājās – cik vietās šajā virknē atrodas blakus baltās un sārtās pērles? Nosaki, vai vietu skaits, kur blakus ir dažādu krāsu pērles, ir pāra vai nepāra skaitlis?

Atrisinājums. Aplūkosim kādu piemēru, apzīmējot baltas pērles ar burtu B, bet sārtās pērles – ar burtu S:

B – S – S – S –B – B – S – S – B – S

Te vietas, kur blakus atrodas divas sārtās pērles ir 3, vietas, kur blakus atrodas divas baltās pērles ir 1, bet vietas, kur blakus atrodas sārtās un baltās (B – S vai S – B) ir 5, šajā piemērā nepāra skaitlis. Rezultātu neietekmē tās vienas krāsas pērles, kas seko viena otrai. Tāpēc varam iedomāties, ka no vairāku secīgu vienas krāsas pērļu posma varam "izņemt" liekās pērles, atstājot tur tikai vienu no tām. Šāda virtene izskatīsies:

B – S – B – S – B - …….

Virkne sākas ar balto pērli, bet beidzas ar sārto, tāpēc pērles var sadalīt pāros – balta – sārta, kas nozīmē, ka pērļu skaits ir pāra skaitlis. Bet savienojošo diedziņu skaits ir nepāra skaitlis. Tāpēc Helēnas atrastajā pērļu virknē tādu vietu, kur blakus ir dažādas krāsas pērles, ir nepāra skaits.

4. Antons no lādes izņēma astoņus vienāda izmēra kubiņus, kuru skaldnes bija nokrāsotas vai nu zilas, vai sarkanas. Amēlija saskaitīja, ka no visām skaldnēm trešā daļa ir zilas. Antons no kubiņiem salika lielāku kubu. Amālija ievēroja, ka šim kubam ārpusē trešā daļa kubiņu skaldņu ir sarkanas. Antons teica: “Tādā gadījumā kubiņus var pagriezt tā, ka visa ārpuse būs sarkana.” Vai Antonam ir taisnība?

Atrisinājums. Šī uzdevuma pamatā ir skaita novērtējums. Katram kubiņam ir 6 skaldnes. Astoņu kubiņu kopējais skaldņu skaits ir 48. Ja zilās krāsas skaldnes ir trešā daļa, tad to skaits ir 16, bet sarkano skaldņu skaits ir 32. Saliekot lielāku kubu no dotajiem kubiņiem (tur ir 2 slāņi viens virs otra un katrā slānī ir 4 kubiņi), ārpusē kopumā redzamas 6 x 4 = 24 mazo kubiņu skaldnes. Trešā daļa sarkanas – tātad ir 8 sarkanas skaldnes un 16 zilās mazo kubiņu skaldnes. Sarkanu virsmu nevarēs nekādi salikt tādā gadījumā, ja kaut vienam kubiņam 4, 5 vai visas 6 skaldnes ir zilas vai arī divas pretējās skaldnes ir zilas. Antona gadījumā iepriekšminētās situācijas nav iespējamas, jo visas 16 zilās skaldnes konstrukcijā ir uz ārpusi, tāpēc visas uz iekšu pavērstās skaldnes ir sarkanā krāsā. Sarkanu kubu salikt varēs.

Piezīme. Nodarbībā ieteicams izmantot kubiņu komplektu un līmes papīriņus, lai var atzīmēt divu krāsu skaldnes. Skolēni varēs praktiski pētīt, kā kubiņus var salikt.

5. Bērni atrada arī ļoti skaistu, senatnīgu pastkartīšu komplektu. Viņi mēģināja tās sadalīt 3 vienādās daļas, bet 2 kartiņas palika pāri. Dalot tās 4 vienādās daļās, pāri palika 3 kartiņas, bet dalot 5 daļās – pāri palika 4 kartiņas. Cik vienādās daļās varētu sadalīt kartiņas?

Atrisinājums. Vispirms aplūkosim, kādi skaitļi dod atlikumu 4, ja tos dala ar 5. Tie ir skaitļi, kuri beidzas ar 4 vai 9: 4; 9; 14; 19; 24; 29; ….

Pāra skaitļi, ja tos dala ar 4 vai nu dalās ar 4, vai dod atlikumu 2. Tātad meklētais skaitlis nebūs pāra skaitlis. Tāpēc no iepriekšējās virknes ir jāizslēdz visi tie skaitļi, kuri beidzas ar 4. Tāpat arī nederēs tie skaitļi, kuri dalās ar 3. Tad atliek pārbaudīt skaitļus 19; 29; 49; 59; 79; ….

19, dalot ar 3, dod atlikumu 1 (19 : 3 = 6 atl. 1). skaitļi 29 un 49, dalot tos ar 4, dod atlikumu 1. Skaitlis 59 der:

59 : 5 =11 atl. 4

59 : 4 = 14 atl. 3

59 : 3 = 19 atl. 2

Mazākais iespējamais kartiņu skaits ir 59. Dotās kartiņas varētu sadalīt 59 kaudzītēs pa vienai.
Varētu būt arī 539 kartiņas, kuras var sadalīt 11 kaudzītēs pa 49 kartiņām katrā.
Skaitlis 539 der:

539 : 5 = 107 atl. 4

539 : 4 = 134 atl. 3

539 : 3 = 179 atl. 2

6. Amēlijas uzmanību piesaistīja metāla kaste ar 10 maisiņiem, kuros bija sudraba monētas. Uz maisiņiem kādreiz bija pielīmētas zīmītes, bet tagad tās visas atradās kastes apakšā. Uz 9 zīmītēm bija rakstīts “10 gramu sudraba monētas”, bet uz vienas – “viltotās 9 gramu monētas”. Kā uz svariem, kas rāda precīzo svaru, noteikt, kurā maisiņā ir viltotās monētas, sverot tikai vienu reizi?

Atrisinājums. Saliekam visus maisiņus rindā. No pirmā maisiņa ņem 1 monētu, no otrā – divas, no trešā – 3, …. , no desmitā maisiņa ņem 10 monētas, kopā 55 monētas. Visas paņemtās monētas liek uz svariem. Ja viltotā monēta bija pirmā maisiņā, tad monētu kopējais svars būs 549 grami (viena monēta 9 grami, bet 54 monētas 10 grami). Ja no otrā – tad ir divas monētas pa 9 grami, kopā 18 grami, bet pārējās 53 monētas svērs 530 grami, kopā 548 grami. Varam ievērot, ka tieši svara pēdējais cipars nosaka, no kura maisiņa ņemtas viltotās monētas. Ja svara skaitlis beidzas ar 9 – pirmais maisiņš satur viltotās monētas, ja ar 8 – otrais maisiņš, ja ar 7 – trešais, 6 – ceturtais, …., ar 0 – pēdējais desmitais maisiņš satur visas viltotās monētas (te bija ņemtas 10 monētas pa 9 grami katra).