

Punktiņa uzdevumi (A grupa)
8.03.2019

Nodarbības mērķis ir uzdot skolēniem patstāvīgo darbu, kurā viņi parāda, ko apguvuši pulciņa nodarbībās. No skolēniem tiek gaidīti arī rakstiski paskaidrojumi.

1. Uzraksti visus tādus skaitļus, kurus, dalot ar 7, dalījums un atlikums ir vienādi!

Atrisinājums. Ir iespējami 7 dažādi skaitļa 7 atlikumi: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6. Vienīgie skaitļi, kuru dalījums sakrīt ar atlikumu ir

0; 8; 16; 24; 32; 40; 48.

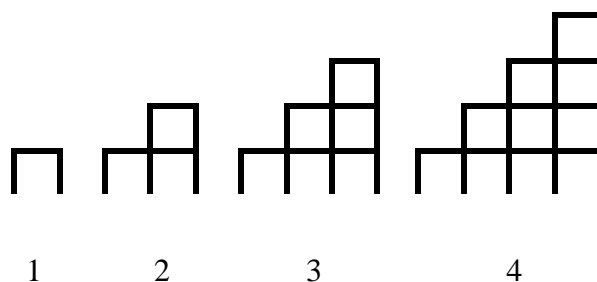
Piemēram, $40 : 7 = 5$ atlikums 5.

2. Šuvējas kastē ir 86 pogas. Tur ir zilas, zaļas, dzeltenas, sarkanas un baltas pogas. Pamato, ka kastē ir vismaz 18 vienas krāsas pogas!

Atrisinājums. Uzdevuma pamatojums var tikt balstīts uz Dirihlē principu: 86 pogas izvietojot 5 dažādu krāsu kastītēs (sarkanā kastītē liek sarkanās pogas, zilajā – zilās, baltajā – baltās, dzeltenajā – dzeltenās, zaļajā – zaļās), vismaz vienā no kastītēm atradīsies vismaz 18 pogas.

Uzdevumu var risināt arī “no pretējā”. Pieņemsim, ka katras krāsas pogas ir ne vairāk kā 17. Tad kopumā būtu ne vairāk kā $5 \cdot 17 = 85$ pogas, kas ir pretrunā ar doto. Tātad būs vismaz 18 kādas vienas krāsas pogas.

3. Paulis risināja sērkociņu uzdevumus. Iesākumā viņš izvietoja 3 sērkociņus kā kvadrāta malas (skat. 1. konstrukciju), tad papildināja konstrukciju, lai būtu atzīmētas 3 kvadrātu malas (skat. 2), tad sešu (skat. 3) un tā turpināja:



Cik sērkociņu Paulis izlietos, lai saliktu šādu desmito figūru?

Atrisinājums. Aplūkosim sērkociņu konstrukciju veidošanās algoritmu.

Pirmais atrisinājums veids:

Pirmajā figūrā ir 3 sērkociņi. Nākamajā figūrā tiek pievienoti vēl 5 sērkociņi, te kopējais sērkociņu skaits ir $3 + 5$.

Trešajā figūrā apakšējā rindā tiek salikti vēl 7 sērkociņi, tāpēc konstrukcijā ir $3 + 5 + 7$ sērkociņi; nākamajā ceturtnajā figūrā jau $3 + 5 + 7 + 9$ sērkociņi. Tātad figūra palielinās, tai apakšējā rindā pievienojot nepāra skaitu sērkociņu, par 2 vairāk nekā iepriekš.

Desmitajā figūrā kopumā ir 10 rindas, kurās kopumā ir

$$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21 = 120 \text{ sērkociņi.}$$

Otrais risinājuma veids:

Skaitīsim atsevišķi vertikāli novietotos sērkociņus un atsevišķi – horizontāli novietotos. Aplūkosim ceturto konstrukciju. Te ir 5 vertikālās rindas, kurās kopumā ir $1+2+3+4+4$ sērkociņi, bet horizontālās rindas ir četras, kurās atbilstoši ir $1+2+3+4$ sērkociņi. Tad kopējais skaits ir $2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4) + 4 = 24$ sērkociņi. Līdzīgi desmitajā konstrukcijā

$$2 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) + 10 = 120$$

Piezīme. Kāds no skolēniem piedāvāja saskaitīt kvadrātiņus un to skaitu pareizināt ar 3. Tādā gadījumā tie sērkociņi, kas konstrukcijā novietoti vertikāli un kuri nepieder konstrukcijas ārējam kontūram, tiek ieskaitīti divas reizes. Protams, kvadrātiņus var saskaitīt, bet tad aprēķins būs sekojošais:

$$3 \cdot (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) = \\ = 3 \cdot 55 - 45 = 120$$

4. Uz tāfeles bija uzrakstīts kāds piecciparu skaitlis. Starpbrīdī Mudīte katram ciparam pieskaitīja vai atņēma 1 un ieguva skaitli 111000. Kāds bija dotais skaitlis? (ievēro – ja pie viencipara skaitļa 9 pieskaita 1, iegūst 10; ja dotajā skaitlī ir cipars 0 un no tā atņems 1, tad samazināsies arī cipars no 0 pa kreisi)

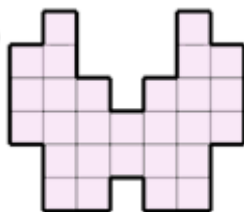
Piemērs: dots skaitlis 48970; var izdarīt šādas darbības:

4	8	9	7	0
-1	+1	+1	-1	-1
4	0	0	5	9

Atbilde. Dotais skaitlis varēja būt 99911, vai 99909, vai 99889. Ar katru no tiem varēja izpildīt sekojošās darbības:

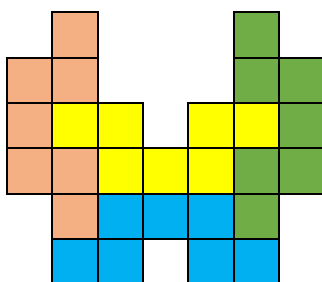
	9	9	9	1	1			9	9	9	0	9			9	9	8	8	9
	+1	+1	+1	-1	-1			+1	+1	+1	-1	+1			+1	+1	+1	+1	+1
1	1	1	0	0	0		1	1	1	0	0	0		1	1	1	0	0	0

5. Sadali figūru četrās vienādās figūrās tā, lai dalījuma līnijas iet pa rūtiņu līnijām!



Atrisinājums. Vispirms jāskaita figūras rūtiņas – tās ir 28, Tātad katra figūra saturēs 7 rūtiņas.

Uzdevuma grūtība ir iztēloties, ka vienādās figūras ir novietotas dažādos virzienos. Atrisinājuma atslēga “slēpjas” divās vidējās rūtiņās, kuras savieno dotās figūras kreiso un labo pusi.



(Pirmās 3 figūras ir izmēģinājumam; atbilde jāiezīmē ierāmētajā figūrā.)