

Punktiņš. (B Grupa) Dažādas grāmatvežu problēmas

1.02.2019


Īsi atrisinājumi un komentāri

1. Ir dotas divas tabulas ar izmēru 3×3 rūtiņas. Katrā tabulā ierakstīti skaitļi no 1 līdz 9 kaut kādā secībā. Trešajā tabulā ar izmēru 3×3 rūtiņas raksta pirmo divu tabulu starpību, tas ir, no pirmām divām tabulām ņem abus skaitļus, kuri atrodas vienādās pozīcijās, no lielākā skaitļa atņem mazāko, rezultātu ieraksta trešās tabulas atbilstošajā pozīcijā. Vai var gadīties, ka trešā tabula saturēs visus deviņus secīgus skaitļus?

Atbilde. Ir iespējams, ka trešajā tabulā būs visi skaitļi no 0 līdz 8:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

5	9	8
6	4	3
7	2	1



4	7	5
2	1	3
0	6	8

2. Grāmatvedis saņēma 126 iepirkuma kvītis. Izrādījās, ka kvītīs atzīmētās cenas ir visi secīgi vesēlie skaitļi. Grāmatvedis izvēlējās 10 kvītis, lai tās sasummētu un reģistrētu. Te viņš aizdomājās – ja šī summa ir pirmskaitlis, vai visu atlikušo kvīšu kopējā summa arī ir pirmskaitlis? Noskaidro šo jautājumu!

Atrisinājums. Ja 10 kvīšu kopējā summa ir pirmskaitlis, tad tas ir nepāra skaitlis. Tad starp šīm kvītīm ir nepāra skaits nepārskaitļu. Starp 126 secīgiem skaitļiem ir vienāds skaits pāra un nepāra skaitļu – ir 63 nepāra skaitļi un 63 pāra skaitļi. Starp 10 izvēlētajām kvītīm ir nepāra skaits pārskaitļu, tātad ir atlicis pāra skaits pārskaitļu. Tāpat arī atlicis pāra skaits nepārskaitļu. Tāpēc atlikušo kvīšu summa ir pāra skaitlis.

3. Ir doti seši naturāli skaitļi $a_1; a_2; a_3; a_4; a_5; a_6$, kuru visu summa ir 10 un arī septiņi skaitļi $b_1; b_2; b_3; b_4; b_5; b_6; b_7$, kuru summa ir 13. No šiem skaitļiem izveidoja divas tabulas. a) Tabulai ir 6 rindas un 7 kolonas. Pirmajā rindā ir visas divu skaitļu summas, kuras iegūst pie a_1 pēc kārtas pieskaitot visus b_i skaitļus. Otrajā rindā b_i skaitļus pēc kārtas pieskaita skaitlim a_2 . Un tā turpina, veicot darbības ar visiem atlikušajiem skaitļiem. Kāda ir tabulas visu skaitļu summa? b) Veido tabulu, kurā ir 6 rindas un 7 kolonas. Līdzīgi pirmajā rindā raksta visus reizinājumus, kurus iegūst a_1 reizinot pēc kārtas ar visiem b_i skaitļiem. Tabulas pārējās rindas aizpilda līdzīgi. Kāda ir visu tabulas skaitļu summa?

Atrisinājums.

a) Ievērosim, ka katrā rindā kopumā ir saskaitīti visi skaitļi b_i , tātad to kopējā summa ir $6 \cdot 13 = 78$

Savukārt katrā kolonā kopumā ir saskaitīti visi skaitļi a_i , to kopējā summa ir 70. Tātad tabulā ierakstīto skaitļu summa ir $78 + 70 = 148$.

b) Ievērosim, ka pirmās rindas summā var paņemt pirms iekavām a_1 :

$$\begin{aligned} a_1 b_1 + a_1 b_2 + a_1 b_3 + a_1 b_4 + a_1 b_5 + a_1 b_6 + a_1 b_7 &= \\ &= a_1 (b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + b_5 + b_6 + b_7) = a_1 \cdot 13 \end{aligned}$$

Katrā rindā ir kāds kopīgs reizinātājs, tad visas tabulas summa

$$\begin{aligned} a_1 \cdot 13 + a_2 \cdot 13 + a_3 \cdot 13 + a_4 \cdot 13 + a_5 \cdot 13 + a_6 \cdot 13 &= \\ &= 13(a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6) = 13 \cdot 10 = 130 \end{aligned}$$

4. Papīra fabrika bija saražojusi lielu skaitu rūtiņu burtnīcu. To skaits bija skaitlis, kas sastāv no 100 vieniniekiem - 1111...111. Visas burtnīcas bija vienādā skaitā jāizved uz 99 veikaliem. Tomēr grāmatvedis aprēķināja, ka zināms atlikums paliks fabrikas noliktavā. Kāds tas ir? Vai situācija mainīsies, ja burtnīcas būs jāved uz 88 veikaliem?

Atrisinājums. Vai vest burtnīcas uz 88 veikaliem ir izdevīgāk nekā uz 99 veikaliem? Mazākais no dotā veida skaitļiem (sastāv tikai no 1111...), kurš dalās ar 99, sastāv no 18 vieniniekiem. Vienā simtā ietilpst 5 šādas grupas. Dalot doto skaitli ar 99, beigās jādala atlikusī daļa - skaitlis, kas sastāv no 10 vieniniekiem: 1111111111. Dalot šo skaitli ar 99, rodas atlikums 55.

Ja doto skaitli dala ar 88, tad atlikumi veidojas periodiski ar periodu 2:

$$1111111111 \dots : 88 = 126262626 \dots 2$$

$$\begin{array}{r} 88 \\ \hline 231 \\ 176 \\ \hline 551 \\ 528 \\ \hline 231 \dots \end{array}$$

Atlikums, dalot doto skaitli ar 88, ir 55.

Kā redzams, vedot burtnīcas uz 88 vai 99 veikaliem, fabrikas noliktavā paliks viens un tas pats atlikums.

5. Ir doti 18 secīgi trīsciparu skaitļi. Pamato, ka starp tiem būs vismaz viens skaitlis, kurš dalās ar savu ciparu summu!

Atrisinājums. Starp trīsciparu skaitļiem, kuri dalās ar 9, to ciparu summas var būt 9, vai 18, vai 27. Vienīgais skaitlis, kura ciparu summa ir 27, ir 999. Ja dotā skaitļu virkne satur 999, tad tas ir meklētais skaitlis: $999 : 27 = 37$.

Ja skaitļu virkne nesatur 999, tad tā 18 skaitļu virkne satur divus skaitļus, kuri dalās ar 9, viens no tiem ir pāra skaitlis, bet otrs – nepāra, saskaņā ar pāra - nepāra īpašībām. Ja meklētā skaitļa ciparu summa ir 9, tad tas dalās ar 9. Ja skaitļa ciparu summa ir 18 un tas ir nepāra skaitlis, tad šajā virknē jāizvēlas otrs skaitlis, kurš dalās ar 9 un ir pāra skaitlis. Ja tā ciparu summa ir 18, tad šis skaitlis dalīsies ar 9 un ar 2 kā pāra skaitlis, tātad dalīsies ar 18.