

Punktiņš. (A grupa) Nu nav te nekādas kārtības!

29.03.2019

Nodarbības mērķis: veikt kombinatoriskas manipulācijas, izmantojot nelielus priekšmetus, lai iegūtu prasīto sakārtojumu un atrastu noderīgu kārtošanas algoritmu. Nodarbībās netiek prasīts, lai skolēni pierāda gājienu skaita minimālo vērtību.

1. Uz galda rindā ir novietotas 10 glāzes ar pienu un sulu pēc kārtas piens, sula, piens, sula,.... Glāzes jāsakārto tā, lai vispirms rindā ir visas glāzes ar sulu, tad ar pienu. Lai tās sakārtotu, ir atļauts mainīt vietām jebkuras divas blakus esošas glāzes. Kāds ir mazākais glāžu mainīšanas skaits?

Atrisinājums. Pirmajās piecās vietās jābūt glāzēm ar sulu, pēdējās piecās vietās – glāzēm ar pienu. Sanumurēsim glāžu pozīcijas no 1 līdz 10. Nepāra vietās atrodas piens, pāra vietās – sula. Ir racionāli pirmajā vietā novietot tuvāko, tas ir, otro glāzi. Tam ir vajadzīga viena maiņa. (Ja pirmajā vietā tiktu novietota ceturrtā vai kāda vēl tālāka glāze, tad būtu jāveic vairāk kā viena maiņa.) Otrajā vietā jānovieto tā sulas glāze, kas sākumā atrodas ceturtajā vietā. Tā ir jāmaina ar trešo un otro glāzi, vajadzīgas 2 maiņas. Lai pārvietotu sulas glāzi, kas atrodas sestajā vietā – vajag 3 maiņas. Līdzīgi vēl 4 un 5 maiņas, lai pārvietotu glāzes no astotās un desmitās pozīcijas. Maiņu skaits ir $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Ja sulas glāzes atrodas pirmajās 5 pozīcijās, tad piena glāzes – pēdējās pozīcijās.

2. Tas pats uzdevums, bet šoreiz ir atļauts pārcelt jebkuras divas blakus stāvošas glāzes uz citu brīvu vietu rindā, noliekot tās blakus un nemainot glāžu secību. Prasītais sakārtojums ir iegūts, ja visas glāzes ir rindā pēc kārtas – vispirms glāzes ar sulu, tad ar pienu. Cik gājienu tu to vari izdarīt? (ievēro, ka katrā rokā var paņemt tieši vienu glāzi, tāpēc abas glāzes jāliek blakus, brīvajās vietās – nevar tās nolikta starp glāzēm, kuras jau ir blakus)

Atrisinājums. Glāžu pārceļšanu nosauksim par gājienu. Pirmajā gājienā kādas divas glāzes jāpārceļ rindas sākumā vai beigās. Ir izdevīgi, ja gājienā glāzes pārceļ uz iespējamo beigu pozīciju vai arī ja kādā rindas vietā blakus rodas vairākas viena veida glāzes. Iesākumā jāpārceļ glāzes (sula, piens). Novietojot tās rindas sākumā, blakus būs 2 piena glāzes, ja beigās, tad divas sulas glāzes. Sanumurēsim glāžu pozīcijas no 1 līdz 10 un rindas beigās noteiksim vēl divas, pagaidām tukšas pozīcijas 11 un 12. Tad glāzes pārceļ sekojošā secībā: glāzes no pozīcijām (6, 7) pārceļ uz (11, 12). No (1, 2) uz (6, 7); no (7, 8) uz (1, 2); no (2, 3) uz (7, 8); no (10, 11) uz (2, 3); no (5, 6) uz (10, 11); no (1, 2) uz (5, 6). Pozīcijās no 3 līdz 7 ir sulas glāzes, bet pozīcijās no 8 līdz 12 – piena glāzes.

3. Plauktā stāv deviņi “Sprīdīša bibliotēkas” sējumi, kas gandrīz sakārtoti pēc kārtas, vienīgi pirmais sējums novietots aiz devītā. Bibliotekārs kārto grāmatas, ņemot jebkuras divas blakus stāvošas un ievietojot tās starp citām, nemainot to secību. Cik pārvietošanu viņam vajag, lai grāmatas būtu sakārtotas?

Atrisinājums. Bibliotekāram pietiek ar 4 pārvietojumiem. Viņš ņem otro un trešo sējumus un pārvieto tos rindas beigās, tad 4-to un 5-to sējumus pārvieto beigās, tāpat arī 6. un 7., kā arī 8. un 9. Grāmatas ir sakārtotas pēc kārtas.

Piezīme. Var risināt līdzīgu uzdevumu, kur plauktā visu sējumu secība ir otrādi – no 7 līdz 1, bet uzdevuma nosacījumi tie paši.

4. Uz rūtiņu kvadrāta ar izmēru 4×4 rūtiņām ir izvietoti 8 melni un 8 balti kauliņi. Ir jāpanāk, lai augšējās divās rindās ir visi baltie kauliņi, bet apakšā – visi melnie. Ir atļauts mainīt vietām divus blakus esošus kauliņus. Kāds ir mazākais gājienu skaits, lai garantēti panāktu prasīto situāciju?

Komentārs. Šis ir izpētes uzdevums, jo nav dots noteikts kauliņu sākotnējais izvietojums. Te skolēniem pašiem ir jāatrod sava konkrētā izvietojuma atrisinājums. Viens no “sliktākajiem” variantiem ir, ja visi baltie kauliņi atrodas apakšējās divās rindās. Tad priekšpēdējās rindas kauliņiem katram vajag 2 gājienu, lai nonāktu augšējā rindā. Apakšējās rindas kauliņiem arī vajag tikpat daudz gājienu, lai nonāktu otrajā rindā no augšas. Kopā nepieciešami 16 gājieni. Tikpat daudz gājieni ir nepieciešami, ja baltie kauliņi novietoti divās blakus kolonās un arī melnie kauliņi ir blakus kolonās. Citos izvietojumos gājienu skaits var būt mazāks.

5. Uz apļa ir izvietoti skaitļi 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 pretēji pulksteņrādītāja virzienam. Ir atļauts samainīt divus tādus skaitļus, starp kuriem ir trešais skaitlis. Sakārto skaitļus otrādā secībā! (pamēģini to pašu, ja ir 7 skaitļi!)

Atrisinājums. Mainām vietām sekojošos skaitļu pārus (1; 3), (4; 6), (8; 4), (8; 6); (5; 7).

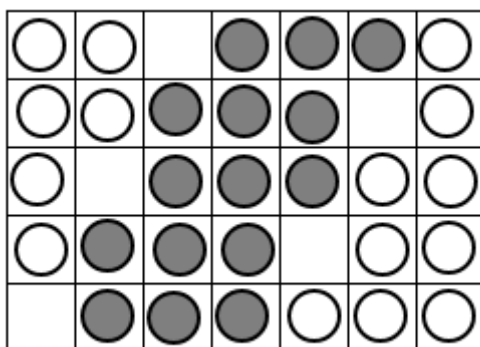
Ja ir doti tikai 7 skaitļi, tad ir dots nepāra skaits skaitļu, nepieciešami vairāki gājieni, piemēram: (7;2), (4; 6), (1; 3), (3; 4), (1; 4), (5; 4), (5; 1), (5; 3), (5; 6), (6; 3), (6; 1).

6. Baltas un melnas figūriņas novietotas uz 6 lauciņiem, viens lauciņš līnijas beigās ir brīvs:



Vienā gājienā figūriņu var pārbīdīt uz tukšu blakus lauciņu, vai arī pārcelt pāri vienai, divām vai 3 figūriņām uz tukšu lauciņu. Pārvieto figūras tā, lai kreisā pusē ir tukšais lauciņš, tad 3 melnas un tad 3 baltas figūriņas! Kāds ir mazākais gājienu skaits?

Atrisinājums. Tā kā drīkst pārcelt kauliņu pāri 3 citiem, tad labo balto pārceļam uz pēdējo tukšo pozīciju. Līdzīgi pārvieto melno kauliņu un tā turpina. Pārvietojumu shēma parādīta šeit:



Nevar veikt mazāk kā 5 gājienus. Tikai viena figūriņa atrodas savā vietā un nav jāpārbīda – tā ir figūriņa uz centrālā lauciņa. Pārējās 5 figūriņas jāpārvieto, tāpēc vajadzīgi vismaz 5 gājieni