

Punktiņš. (A grupa) Skaitļu virknītes

04.10.2019

Nodarbības mērķis: mācāmie lasīt uzdevuma tekstu un izprast, kas ir dots un kas ir prasīts. Mācāmie ieraudzīt likumsakarības, kuras piemīt dotajām skaitļu virknēm.

Piezīme. Ar skolēniem jāpārrunā termins “skaitļa kvadrāts”. Ieteicams pierakstīt virkni s skaitļu kvadrātus (1; 4; 9; 16; 25; 36; 49 utml.)

1. Virknē pierakstīti skaitļi 10, 15, 21, 4, 5. Katru divu blakus esošo skaitļu summa ir kvadrāts: 25, 36, 25, 9. Uzraksti vairākas piecu dažādu naturālu skaitļu virknītes, lai katru divu sekojošu skaitļu summa būtu tāda pati, kā piemērā! Cik ir šādu virknīšu?

Atrisinājums. Ievērosim, ka jau pirmā virknes skaitļa izvēle nosaka visus virknes skaitļus, jo tos aprēķina viennozīmīgi. Tā, piemēram, ja izvēlas pirmo virknes skaitli 15, tad nākamais virknes skaitlis ir 10, lai pirmo divu skaitļu summa būtu 25. Trešais skaitlis tad ir 26, lai otrā un trešā skaitļu summa ir 36. Tomēr trešais skaitlis 26 ir par lielu, lai varētu izveidot trešā un ceturta skaitļu summu 25. Tāpēc pirmais virknes skaitlis 15 neder.

Aplūkotais piemērs parāda, ka ir jānosaka virknes skaitļu iespējamās vērtības. Te jāpievērš uzmanība pēdējiem diviem skaitļiem, kuru summai ir jābūt 9. Ir izdevīgi virkni konstruēt no beigām. Pēdējais skaitlis var būt viens no skaitļiem 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 vai 8. Tad iespējamās ir 8 dažādas virknes. Tās der pārbaudīt. Ievērojot, ka virknē ir jābūt dažādiem skaitļiem, virkne, kas beidzas ar 2, neder: 7, 18, 18, 7, 2, jo tajā ir divi vienādi skaitļi. Pārējās septiņas virknes izveidot var:

6, 19, 17, 8, 1	10, 15, 11, 4, 5	13, 12, 24, 1, 8
8, 17, 19, 6, 3	11, 14, 22, 3, 6	
9, 16, 20, 5, 4	12, 13, 23, 2, 7	

2. Kādu garāko dažādu naturālu skaitļu virknīti vari izveidot, lai blakus esošo skaitļu summas atkārtotos 25, 36, 25, 36, 25, ...?

Atrisinājums. Līdzīgi kā iepriekšējā uzdevumā ir jāievēro, ka virknes skaitļi nedrīkst pārsniegt 24. Katrs virknes skaitlis, izņemot pirmo un pēdējo, piedalās divu summu veidošanā – gan kā skaitļa 25 saskaitāmais, gan kā skaitļa 36 saskaitāmais. Apskatīsim visas divu skaitļu summas, kas ir 36 un atbilst minētajiem nosacījumiem:

$$36 = 24 + 12 = 23 + 13 = 22 + 14 = 21 + 15 = 20 + 16 = 19 + 17$$

Virknes skaitļiem jābūt dažādiem, tāpēc 18 + 18 neder. Lai minētos skaitļus izmantotu kā skaitļa 25 saskaitāmos, tiem atbilstoši jāpieskaita: 24 + 1; 12 + 13; 23 + 2; 13 + 12; 22 + 3; 14 + 11; 21 + 4; 15 + 10; 20 + 5; 16 + 9; 19 + 6; 17 + 8

Šiem saskaitāmajiem (skaitļiem 1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 9; 10; 11, izņemot 12 un 13) jāpieskaita lielāki skaitļi nekā 24, lai iegūtu 36. Tāpēc visgarāko virkni iegūsim, ja virkne saturēs gan 13, gan 12:

$$2, 23, 13, 12, 24, 1, 35$$

Šādā virknē ir 7 skaitļi. Otrs variants satur tos pašus skaitļus otrādā secībā.

3. Vai vari sakārtot virknītē visus naturālus skaitļus no 4 līdz 12 tā, lai katru divu blakus esošo skaitļu summa ir kāda skaitļa kvadrāts?

Atrisinājums. Divu lielāko skaitļu summa ir $11 + 12 = 23$. Vienīgie iespējamie skaitļu kvadrāti, kurus var izveidot, ir 9 un 16. Apskatīsim visas iespējamās divu skaitļu summas, kas ir 9 vai 16:

$$9 = 4 + 5; \quad 16 = 12 + 4 = 11 + 5 = 10 + 6 = 9 + 7$$

Nevienā šajā summā nepiedalās skaitlis 8, tāpēc prasīto virkni izveidot nevar.

4. Virknē kaut kādā secībā ir pierakstīti visi naturāli skaitļi no 1 līdz 10. Tiem aprēķinātas katru divu blakus esošo skaitļu summas. Sakārto dotos skaitļus virknē tā, lai minētās blakus esošo skaitļu summas būtu visi skaitļi no 7 līdz 15! Izveido vismaz divas dažādas skaitļu virknes!

Atrisinājums. Virknes skaitļus apzīmēsim sekojoši:

$$a, b, c, d, e, f, g, h, i, j$$

Saskaitot katrus divus blakus esošos skaitļus iegūst visus skaitļus no 7 līdz 15. Katrs no skaitļiem b, c, d, e, f, g, h, i piedalās divās šādās summās. Kopējo skaitļu no 7 līdz 15 summu var aprēķināt divos veidos:

$$7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15 = 99$$

$$a + 2(b + c + d + e + f + g + h + i) + j = 99$$

Visu skaitļu no 1 līdz 10 summa ir 110, tad $99 = 110 - a - j$

No kurienes var secināt, ka pirmā un pēdējā virknes skaitļu summa ir 11. Šie skaitļi var būt, piemēram, 1 un 10. Mēģināsim izveidot virkni, sākot ar 1, iegūstot rezultātus 7, 8 un tā turpināsim:

$$1, 6, 2, 7, 3, 8, 4, 9, 5, 10$$

Te katru divu blakus esošo skaitļu summas ir visi secīgie skaitļi 7, 8, 9, ..., 15.

Citu virkni var izveidot, izvēloties pirmo un pēdējo skaitli, piemēram, 3 un 8:

$$3, 9, 4, 10, 5, 6, 1, 7, 2, 8$$

Ir iespējami arī citi atrisinājumi.