

## **Punktiņš. (A grupa) Skaitļu pieraksts**

18.10.2019

*Nodarbības mērķis:* Iepazīt naturālo skaitļu decimālā pieraksta īpašības; pielietot iepriekšējās nodarbībās aplūkotās kombinatoriskās metodes.

*Piezīme.* Termins “ciparu summa” uzdevumos jāsaprot kā atbilstošo viencipara skaitļu summu.

Kādā lietainā pēcpusdienā Punktiņš un Antonija uzdeva viens otram atjautības uzdevumus.

1. Antonija jautāja: “Cik reizes skaitļos no 1 līdz 100 atkārtojas cipars 4?” “Cik vienkāršs jautājums,” Punktiņš pasmējās. “Tas ir...” Ko viņš atbildēja?

*Atrisinājums.* Ir desmit skaitļi no dotajiem 100, kuriem vienu šķirā ir cipars 4. Tie ir skaitļi 4, 14, 24, ... 94. Ir 10 skaitļi, kuriem desmitu šķirā ir cipars 4. Tie ir 40, 41, ... 49. Kopumā starp skaitļiem no 1 līdz 100 cipars 4 sastopams 20 reizes.

2. “Bet tu pasaki, kāda ir ciparu summa visiem skaitļiem no 1 līdz 100!” ierosināja Punktiņš.

*Atrisinājums.* Ievērojot iepriekšējā uzdevuma rezultātu, zinām, ka katrs cipars skaitļos no 1 līdz 99 atkārtojas 20 reizes. Tad šo ciparu summa ir

$$(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9) \cdot 20 = 45 \cdot 20 = 900$$

Neaizmirsīsim, ka jāsummē cipari pirmajos 100 skaitļos, tāpēc šo ciparu summa ir 901.

3. Antonija izdomāja īpašu skaitli – tā pirmais cipars ir par 2 mazāks nekā skaitļa pārējo ciparu summa un skaitļa pierakstā nav nevienas nulles. Punktiņam radās virkne jautājumu: a) Kāds varētu būt trīsciparu skaitlis, kura simtu cipars ir 7; b) kāds varētu būt vislielākais iespējamais šāda veida skaitlis; c) cik pavisam ir šādu piecciparu skaitļu?

*Atrisinājums.*

a) Ja trīsciparu skaitlim simtu cipars ir 7, tad pārējo ciparu summa ir 9 saskaņā ar uzdevuma nosacījumiem. Ciparu summu 9 var iegūt 8 dažādos veidos. Katru šādu saskaitāmo pāri var pierakstīt divos veidos. Piemēram, 772; 727. Uzraksti visas iespējamās atbildes!

b) Vislielākais cipars ir 9. Par divi lielāks ir skaitlis 11. Tāpēc vislielākais šāds prasītais skaitlis ir 9111111111.

c) Vismazākais prasītais piecciparu skaitlis ir 21111. Desmittūkstošu jeb pirmais cipars var būt jebkurš cipars no 2 līdz 9. Ja pirmais cipars ir 2, tad ir tikai viens atbilstošs skaitlis. Jāaplūko visas iespējamās summas no četriem nenulles cipariem, kuru summa ir 5, 6, 7, 8, 9, 10 un 11. Te jāveic sistemātiska izpēte. Vispirms katrai no summām nosakām atbilstošo ciparu komplektu, piemēram:

Apskatām skaitli, kura desmittūkstošu cipars ir 8. Pārējo četru ciparu summa ir 10. Summu desmit no četriem cipariem veido sekojošie ciparu komplekti, kurus var sakārtot dažādos veidos:

Ciparu komplekts	Dažādu sakārtojumu skaits
1,1,1,7	4
1,1,2,6	12
1,1,3,5	12
1,1,4,4	6
1,2,2,5	12
1,2,3,4	24
2,2,2,4	4
2,2,3,3	6

Aplūkosim dažus *piemērus*, kādus skaitļus var izveidot no dotajiem komplekšiem.

Komplekts 1,1,1,7. Ciparu 7 var novietot jebkurā no četrām pozīcijām, iegūstot skaitļus:

81117; 8 1171; 81711; 87111

Komplekts 1,1,2,6. Ja ciparu 2 izvieto jebkurā no četrām pozīcijām, tad ciparu 6 var izvietot jebkurā no 3 brīvajām pozīcijām – tie ir 12 varianti, jo ciparus 1 un 1 izvieto atlikušajās divās pozīcijās. Piemēram:

81126; 82116; 82161 un tamlīdzīgi.

Komplekts 1,1,4,4. Vienādos ciparus 1 un 1 var izvietot sešos dažādos veidos, atlikušajās pozīcijas raksta ciparus 4. Iegūst skaitļus

81144; 81414; 81441; 84114; 84141; 84411.

Atlikušos gadījumus ieteicams izpētīt patstāvīgi.

Izpētot visas iespējas, var aprēķināt, ka prasīto pieccipara skaitļu skaits ir 314.

- 4. Punktiņa uzdevums:** Piecciparu skaitļi ir sastādīti tikai no cipariem 1, 2 un 3 un katrs tāds skaitlis satur vismaz vienu ciparu 1, vismaz vienu ciparu 2 un vismaz vienu ciparu 3. Cik starp šiem skaitļiem ir tādi, kur katri divi blakus esošie cipari atšķiras par 1?

*Atrisinājums.* Ja blakusesošie cipari atšķiras par 1, tad skaitlī blakus var atrasties cipari 1 un 2 vai 2 un 3. Cipari 3 un 1 blakus atrasties nevar. Tas nozīmē, ka dotajos skaitļos katrs otrais cipars ir 2. Tad cipari 2 var tikt izvietoti vai nu nepāra, vai pāra pozīcijās:

2\_2\_2 vai \_2\_2\_

Pirmajā gadījumā atlikušajās pozīcijās var izvietot ciparus 1 un 3 vai 3 un 1, iegūstot divus meklētos skaitļus. Otrajā gadījumā iespējami 2 dažādi ciparu komplekti: 1, 1, 3 vai 1, 3, 3. Katru komplektu var izvietot 3 veidos. Ir iespējami 8 dažādi skaitļi:

21232; 23212; 12123; 12321; 32121; 12323; 32123; 32321

5. Antonijas jautājums: divciparu skaitļa ciparu summa ir 13. Ja dotajam skaitlim pieskaita 27, tad iegūst skaitli, kuram dotā skaitļa cipari ir pierakstīti otrādā secībā. Kas tas par skaitli? Punktiņš papildināja – atrodi tādus divciparu skaitļu pārus, kuriem cipari otrādā secībā un kuru starpība ir 18!

*Atrisinājums.* Ir seši skaitļi, kuriem ciparu summa ir 13, tie ir 67; 76; 58; 85; 49; 94. Tikai vienam pārim no šiem skaitļiem starpība ir 27:

$$85 - 58 = 27$$

Tāpēc meklētais skaitlis ir 58.

Atbildi uz Punktiņa jautājumu ir viegli uzminēt. Pieņemsim, ka dotā skaitļa desmitu cipars ir 3. Tam pieskaitot 18, vienu cipars būs 3. Ir tikai viens viencipara skaitlis, kuram, pieskaitot 8, iegūstam summu 13. Tas ir skaitlis 5. Tad dotais skaitlis varētu būt 35. Pārbaudām:

$$35 + 18 = 53$$

Līdzīgi var atrast visus divciparu skaitļu pārus, kuru starpība ir 18:

$$(13; 31), (24; 42), (35; 53), (46; 64), (57; 75), (68; 86), (79; 97)$$

Kāda īpašība piemīt katram no šiem skaitļiem? (*katra skaitļa ciparu starpība ir 2*)

*Komentārs.* Pamanīto īpašību var vispārināt: ja divciparu skaitļa ciparu starpība ir  $n$ , tad dotā skaitļa un skaitļa, kas pierakstīts otrādā secībā, starpība ir  $9n$ . Uzdevumu, kā arī minēto īpašību, protams, var atrisināt arī vispārīgā, algebriskā veidā.

6. Bērni pat nepamanīja, ka lietus pārgājis un laukā sācis krēslot, jo viņi mēģināja atrisināt sekojošo mīklu: Katrā kvadrāta  $2 \times 2$  rūtiņā ir ierakstīts viens no skaitļiem no 1 līdz 9. Tā var iegūt četrus divciparu skaitļus, kurus saskaita  $52 + 19 + 51 + 29 = 151$ . Kādus skaitļus jāieraksta rūtiņās, lai to divciparu skaitļu summa būtu 100? (interesanti, ka katrs no abiem bērniem ieguva citu rezultātu)

5	2
1	9

*Atrisinājums.* Divciparu skaitļus izveido no cipariem, kas izvietoti rindās un cipariem, kas izvietoti kolonās, skaitot no augšas uz apakšu. Ir iespējams atrast vairākus atrisinājumus, piemēram,

2	1			1	2			3	1
3	8			4	7			1	9

Uzdevumā nebija prasīts, lai tabulā būtu ierakstīti dažādi cipari.