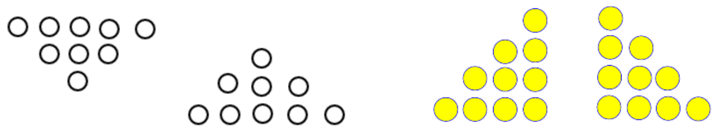
Punktiņš. (A grupa) Podziņas

8.11.2019

Nodarbības mērķis: attīstīt skolēnu telpisko iztēli, ievērojot konfigurāciju kopīgās un atšķirīgās īpašības; konstruēt konfigurācijas kombinējot tās ar aritmētiskām operācijām; eksperimentēt un izvirzīt hipotēzes.

Piezīme: Nodarbībā ieteicams izmantot podziņas, lai skolēni var ar tām uzskatāmi darboties.

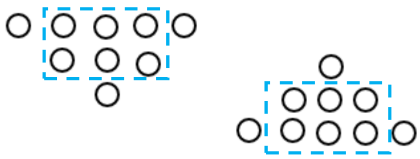
1. Doti divi zīmējumi. Katra zīmējuma a) un b) kreisajā trijstūra izvietojumā pārliec 3 kauliņus tā, lai iegūtu izvietojumu, kas redzams labajā trijstūrī.



a) b)

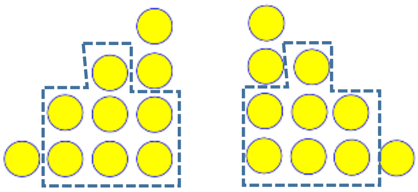
Atrisinājums. Piemēros a) un tāpat arī b) jācenšas ievērot abu konfigurāciju kopīgās daļas. To var arī izdarīt, konfigurācijas pārklājot vienu virs otras (te ērti būtu lietot caurspīdīgas folijas).

Gadījums a) Sakrītošā daļa:

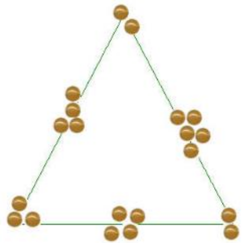


Atrodot sakrītošo daļu, var ievērot, ka 3 podziņas, kuras ir ārpus atzīmētās daļas, var pārvietot vēlamajā veidā.

Gadījums b) Sakrītošā daļa:



2. Uz katras līnijas pogu skaits ir 9. a) Pieliec klāt vēl vienu pogu tā, lai joprojām pogu skaits uz katras līnijas ir 9! Citas pogas var pārbīdīt, bet nedrīkst noņemt. b) Kāds ir lielākais un kāds ir mazākais pogu skaits, kuras var izvietot pie trijstūra, lai pogu skaits uz katras līnijas ir 9?



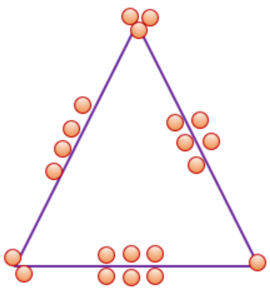
Atrisinājums. Dotais uzdevums ir saistīts par skaitļa izteikšanu, izmantojot dažādas summas. Te – cik veidos var iegūt skaitli 9, kā summu no trīs naturāliem skaitļiem?

Gadījums a)

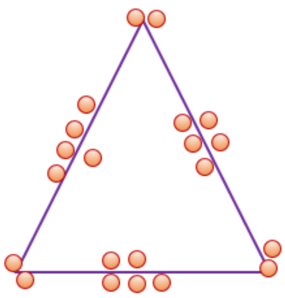
Vispirms jāaplūko dotais zīmējums. Kopumā te ir izvietotas 20 podziņas: stūros 2, 2 un 3, bet pie malām 4, 4 un 5. Podziņas, kuras ir stūros, piedalās divās dažādās summās, kuras ir:

2 + 5 + 2;   2 + 4 + 3;   3 + 4 + 2

Ja izvietojumam pievieno vēl vienu podziņu, tad jāpadomā, kura to var pievienot – stūrī vai pie kādas malas. Ja podziņu pievieno stūrim, tad no abiem pārējiem stūriem ir jāpārbīda podziņas uz trijstūra malu. Iegūst konfigurāciju:



Ja izvietojumam pievieno podziņu kādai no malām, kur ir 4 podziņas, tad jāpārvieto podziņa no stūra, kur bija 3 podziņas, pie tās malas, kur palika vismazāk podziņu:

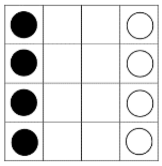


Līdzīgi var iegūt vēl trešo iespējamo izvietojumu, kur stūros izvietotas 1, 1, un 4 podziņas, bet pie malām atbilstoši 4, 4 un 7 podziņas.

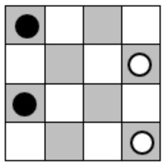
Gadījums b)

Vismazākais podziņu skaits, ko var izvietot atbilstoši uzdevuma nosacījumiem, ir 15 – pa vienai podziņai pie katras malas un pa 4 podziņām pie stūriem. Vislielākais podziņu skaits ir 24 – pa vienai podziņai stūros un pa 7 podziņām pie katras malas.

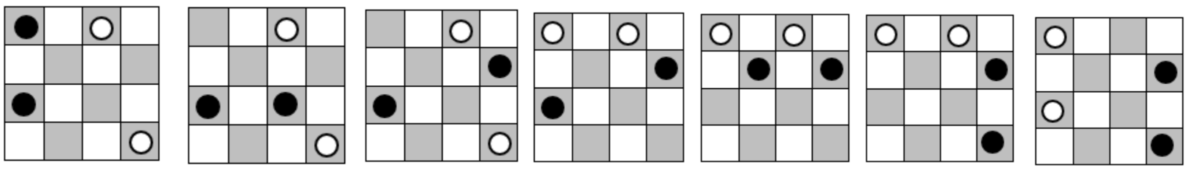
3. Vienā gājienā kauliņu var pārvietot diagonālā virzienā par vienu, divām vai trim rūtiņām. Kauliņu nevar nolikt pozīcijā, kura ir aizņemta. Kauliņi nelec viens otram pāri. Kauliņi netiek kauti. Kāds ir mazākais gājienu skaits, lai melnos un baltos kauliņus samainītu vietām?



Atrisinājums. Ja kvadrāta rūtiņas nokrāso šaha galdiņa veidā, var ievērot, ka 4 kauliņi pārvietojami tikai pa melnajām rūtiņam, bet citi četri - tikai pa baltajām. Tāpēc pietiek aplūkot četru kauliņu pārvietošanos:

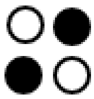


Tikai tas kauliņš, kurš atrodas stūrī, var pārvietoties uz pretējo stūri vienā gājienā. Te ir divi kauliņi pretējos stūros, tāpēc stūri vispirms ir jāatbrīvo, lai tur novietotu pretējās krāsas kauliņu. Tāpēc tikai vienam stūra kauliņam ir iespēja aizņemt pozīciju vienā gājienā. Pārejiem 3 kauliņiem ir jāveic vismaz 2 gājieni katram. Minimālais gājienu skaits līdz ar to ir 7:

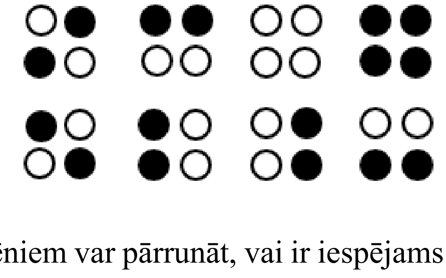


Līdzīgā veidā pārvieto kauliņus, kuri ir uz baltajām rūtiņam. Mazākais gājienu skaits ir 14.

4. Melnas un baltas pogas ir izvietotas kvadrāta veidā. Izvēloties kādu rindu vai kolonu, ir atļauts visām pogām šajā rindā mainīt krāsu uz pretējo. Uzzīmē visas 8 iespējas, kādas var iegūt no dotā izvietojuma!



Atrisinājums. Visi iespējamie izvietojumi ir:



Piezīme. Papildus ar skolēniem var pārrunāt, vai ir iespējams iegūt izvietojumu, kurā ir tikai viena – melna vai balta – poga.

5. Kvadrāta formā izvietotas 25 pogas šaha rakstā. Kāds ir mazākais gājienu skaits (skat. 4. uzdevumā), lai iegūtu visas baltas (vai melnas) pogas?

Atrisinājums. Pieņemsim, ka ir 13 melnas un 12 baltas pogas. Vispirms pārkrāso 2. un 4. kolonu, tā iegūstot 3 rindas ar melnām pogām un 2 rindas ar baltām. Tad pārkrāso abas divas balto rindu pogas un iegūst visas melnas pogas četros gājienos. Līdzīgi rīkojas, ja jāiegūst visas baltas pogas. Iesākumā krāso 1., 3. un 5. kolonas, tad krāso 1., 3. un 5. rindu, iegūstot visas baltas pogas sešos gājienos.

6. Astoņas melnas un astoņas baltas pogas ir izvietotas šaha rakstā kvadrāta veidā. Vai ar ceturtajā uzdevumā aprakstītajiem gājieniem var iegūt izvietojumu, kur ir tieši viena balta poga?

Atrisinājums. Melno pogu skaits ir pāra skaitlis – astoņas. Apskatīsim visas iespējas, kādas var būt pēc vairākiem gājieniem, tas ir, cik melno pogu var būt vienā rindā: neviena, viena, divas, trīs vai četras. Atzīmēsim, kas notiks šajā rindā pēc pārkrāsošanas:

Melno pogu skaits rindā	**Melno pogu skaits rindā pēc pārkrāsošanas**	**Kopīgā melno pogu skaita izmaiņas**
0	+ 4	+4
1	-1 + 3	+2
2	-2 + 2	0
3	-3 + 1	-2
4	-4	-4

Te redzams, ka melno pogu skaita izmaiņas notiek tikai par pāra skaitli. Tāpēc no sākotnējā pāra skaitļa skaitli 7 iegūt nevar.