

Punktiņš. (A Grupa) Skaitļu dalāmības īpašības
10.01.2020

Nodarbības mērķis: mācīties uzdevumu risināšanā pielietot skaitļu dalāmības īpašības

Skaitļu dalāmības pazīme ar 7:

Skaitlis dalās ar 7, ja skaitlis, ko iegūst no dotā skaitļa nodzēšot pēdējo ciparu un atņemot no tā dotā skaitļa pēdējo ciparu pareizinātu ar 2, dalās ar 7.

Piemēram, skaitlis 245 dalās ar 7, jo $24 - 2 \cdot 5 = 14 = 2 \cdot 7$

1. Pārbaudi, vai skaitļi dalās ar 7: 364; 5705; 45031

Atrisinājums.

1) Skaitli 364 sadala divās daļās 36 un 4, tad no skaitļa 36 divas reizes atņem skaitli 4:

$$36 - 2 \cdot 4 = 28$$

Skaitlis 28 dalās ar 7, tāpēc ar 7 dalās arī 364.

2) Skaitli 5705 sadala skaitļos 570 un 5, tad aprēķina:

$$570 - 2 \cdot 5 = 560$$

Rezultāts acīmredzami dalās ar 7.

3) Skaitli 45031 sadala skaitļos 4503 un 1. Aprēķina:

$$4530 - 2 = 4528$$

Arī skaitlim 4528 ir jādalās ar 7, tāpēc arī šim skaitlim pārbaudīsim dalāmību ar 7. Sadalām skaitli skaitļos 452 un 8, aprēķinām:

$$452 - 16 = 436$$

Turpinām procesu: $43 - 12 = 21$

Rezultāts 21 dalās ar 7 tāpēc dotais skaitlis 45031 arī dalās ar 7.

Piezīme. Protams, dalāmību ar 7 var vienkārši pārbaudīt, dalot dotos skaitļus ar 7, bet uzdevuma, kā arī nākošā uzdevuma nolūks ir apgūt pazīmi skaitļa dalāmībai ar 7.

2. Vai skaitlis 4473 dalās ar 21?

Atrisinājums. Ja skaitlis dalās ar 21, tad tas dalās gan ar 3, gan ar 7, jo $21 = 3 \cdot 7$. Dotais skaitlis dalās ar 3, jo tā ciparu summa dalās ar 3: $4 + 4 + 7 + 3 = 18$. Dotais skaitlis dalās arī ar 7 saskaņā ar dalāmības pazīmi, jo $447 - 6 = 441$; $44 - 2 = 42$. Tāpēc skaitlis 4473 dalās ar 21. Pārbaudi!

3. Cik ir tādu skaitļu starp skaitļiem no 1 līdz 200, kuri dalās gan ar 2, gan 3, gan 5?

Atrisinājums. Viens no skolēniem ieteica šādu risinājumu:

No dotā redzams, ka jāmeklē skaitļi, kas dalās ar 30. Tie ir 30; 60; 90; 120; 150 un 180. kopā pavisam 6 skaitļi.

Cits piedāvātais risinājums:

Ja skaitļi dalās ar 5 un 2, tad tie ir visi pilnie desmiti. Starp tiem jāizvēlas tie, kuri dalās ar 3: 30; 60; 90; 120; 150 un 180. Tādi ir 6 skaitļi.

Vispārīgāks risinājums (neuzskaitot visus skaitļus):

Doti 200 skaitļi no 1 līdz 200. Meklējamie skaitļi dalās ar 30. To skaitu aprēķina sekojoši:

$$200:30 = 6 \frac{2}{3}$$

Tātad ir 6 nosacījumiem atbilstoši skaitļi.

4. Atrodi tādu lielāko 5 – ciparu skaitli, kas dalās gan ar 5, gan ar 7!

Atrisinājums. Vislielākais piecciparu skaitlis ir 99999, bet tas nedalās ar 5. Lielākais piecciparu skaitlis, kurš dalās arī ar 5 ir 99995. Jāpārbauda, vai tas dalās ar 7:

$$9999 - 10 = 9989;$$

$$998 - 18 = 980;$$

Skaitlis $98 = 7 \cdot 14$, tāpēc dotais skaitlis dalās arī ar 7.

5. Atrodi mazāko piecciparu skaitli, kuram ir visi dažādi cipari un kurš dalās ar katru no saviem ne-nulles cipariem!

Atrisinājums. Pierakstīsim visus zināmos ciparus: 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9. Ja meklējam vismazāko skaitli, tad tā izveidošanai jācenšas izmantot vismazākie cipari. Piecciparu skaitļi nesākas ar 0, tāpēc pirmais cipars būs 1, bet otrais būs 0. Apskatīsim skaitli 10234, kurš ir mazākais piecciparu skaitlis, kas satur visus dažādus ciparus. Tas ir pāra skaitlis, kas dalās gan ar 1, gan ar 2. Pārbaudīsim, vai tas dalās ar 3 – ciparu summa ir 10, skaitlis nedalās ar 3. Nākošais mazākais pāra skaitlis ir 10236. Tā ciparu summa dalās ar 3, ar 2, arī ar 6. Tas ir meklētais skaitlis.

Reizinot divus divcipara skaitļus, iegūst trīsciparu vai četrsciparu skaitļus. Aplūkosim visus divcipara skaitļus, kas beidzas ar 2:

$$12 \cdot 12 = 144$$

$$22 \cdot 22 = 484 \dots$$

Aprēķini pārējos reizinājumus un pārlicinies, ka neder tādi divcipara skaitļi, kas beidzas ar 2!

Līdzīgi var aplūkot skaitļus, kas beidzas ar 8:

$$18 \cdot 18 = 324$$

$$28 \cdot 28 = 784$$

$$38 \cdot 38 = 1444$$

Esam atraduši skaitli, kuru, reizinot pašu ar sevi, iegūst skaitli, kas beidzas ar trīs četriniekiem.

Piezīme. Uzdevums izpildīts, veicot pilno pārlasi, jo nav daudz tādu skaitļu, kurus jāpārbauda. Labāka metode ir pētīt skaitļu īpašības, lai samazinātu pārlases kopu.

Analītisks risinājums (2): Aplūkosim skaitli $\overline{a2}$. Aprēķināsim reizinājumu:

$$\overline{a2} \cdot \overline{a2} = 4 + 2a \cdot 10 + 2a \cdot 10 + a \cdot a \cdot 100$$

Lai izpildītu uzdevuma nosacījumus, ir jābūt $2a + 2a = \overline{b4}$. Tas ir iespējams, ja a ir 1 vai 6.

Pārbaudām: $12 \cdot 12 = 144$; $62 \cdot 62 = 3844$. Šie divciparu skaitļi neder. Tad apskatīsim skaitli $\overline{a12}$. Aprēķināsim reizinājumu:

$$\overline{a12} \cdot \overline{a12} =$$

$$= 4 + 20 + 2a \cdot 100 + 20 + 100 + a \cdot 1000 + 2a \cdot 100 + a \cdot 1000 + a \cdot a \cdot 10000$$

Jābūt $2a + 2a + 1 = \overline{b4}$, bet tas nav iespējams, jo vienādības kreisā pusē ir nepāra skaitlis.

Veiksim aprēķinus ar skaitli $\overline{a62}$:

$$\overline{a62} \cdot \overline{a62} =$$

$$= 10000 \cdot a \cdot a + 12400a + 3844$$

Jābūt $4a + 8 = \overline{b4}$. Tas ir iespējams, ja $a = 4$. Meklētais skaitlis (viena no iespējām) ir 462:

$$462 \cdot 462 = 213444$$