Punktiņš. (B Grupa) Lauku saimniecības grāmatvedība

15.11.2019

Īsi atrisinājumi un komentāri

1. Anna gatavoja pasūtījumu - pārtikas groziņus pircējiem. Ja viņa lika 2 bietes katrā paciņā, tad 1 biete palika pāri. Ja lika 3 bietes, tad 2 palika pāri. Ja lika 4 – pāri palika 3; ja lika 5 – palika 4; ja lika 6 – palika 5. Annai izdevās sadalīt visas bietes, ja katrā paciņā ielika 7 bietes. Kāds varēja būt mazākais kopējais biešu skaits, ko varēja iedalīt pārtikas grozos?

Atrisinājums. No pirmā apgalvojuma izriet, ka biešu skaits ir nepāra skaitlis (dalot pa divi, atliek 1 biete). Dalot pa 5, atliek 4 bietes. Tā kā biešu skaits ir nepāra skaitlis, tad tas būs skaitlis, kas beidzas ar 9: 9; 19; 29; 39; 49;…. No otras puses, tas ir skaitlis, kurš dalās ar 7. Tātad tie var būt skaitļi 49; 119; 189; … Pārbaudām mazākos iespējamos: 49 neder, jo atlikums, dalot ar 4, ir 1 nevis 3. Pārbaudām 119:

$$119 = 17 \cdot 7 \;=\; 59 \cdot 2 + 1 = 39 \cdot 3 + 2 = 29 \cdot 4 + 3 = 23 \cdot 5 + 4 = 19 \cdot 6 + 5$$

Mazākais iespējamais biešu skaits, kas bija jāsadala pa groziņiem, ir 119.

2. Jāzeps pasmējās par Annu un uzdeva viņai jautājumu: “Cik šorīt bija svaigu olu, ja tās saliku kastītēs pa 7, bet, jebkuru mazāku skaitu olu vienādi saliekot pa kastītēm, vienmēr viena ola palika pāri?” Cik tad tur bija to olu?

Atrisinājums. Ja olu skaitu nevar sadalīt ar 2, 3, 4, 5 un 6, vienmēr viena ola paliek pāri, tad šo olu skaitu var apzīmēt A + 1. Saprotams, ka skaitlis A dalās ar 2, 3, 4, 5 un 6. Mazākais tāds skaitlis ir 60. Tad jāaplūko visi tādi skaitļi, kas ir skaitļa 60 daudzkārtņi un starp tiem ir jāatrod tāds, lai A + 1 dalās ar 7:

Skaitļa 60 daudzkārtņi	**A + 1**	**Atlikums, dalot ar 7**
60	61	5
120	121	2
180	181	6
240	241	3
300	301	0

Esam atraduši, ka mazākais iespējamais olu skaits ir 301 ola.

3. Vienas zoss cena ir divciparu skaitlis. Katru mēnesi pārdeva tieši tādu skaitu zosu, kas sakrīt ar cenas desmitu ciparu. Savukārt mēnešu skaits sakrita ar zoss cenas vienu ciparu. Kopējā summa, ko ieguva, bija trīsciparu skaitlis, kurā visi cipari vienādi. Noskaidro, cik maksāja zoss, cik zosis pārdeva un kādu naudas summu nopelnīja Anna un Jāzeps!

Atrisinājums. Vienas zoss cenu apzīmēsim $\overline{ab}$. Katru mēnesi pārdeva *a* zosis un mēnešu skaits bija *b*. Nopelnīto naudu var aprēķināt sekojoši:

$$ab(10a + b) = 111n$$

Ievērosim, ka skaitli 111 var sadalīt reizinātājos:

$$ab(10a + b) = 3 \cdot 37 \cdot n$$

Vienīgais divciparu skaitlis šajā vienādībā var būt tikai 37. Tātad zoss cena ir 37, kur $a = 3$, bet $b = 7$. Katru mēnesi pārdeva 3 zosis, tās pārdeva 7 mēnešus, un nopelnīja 777 eiro.

4. Darba dienas beigās Anna skaitīja kastes, kurās strādnieki bija salikuši ābolus, burkānus un cukīni kabačus. Jāzeps apskatīja pierakstus un pamanīja, ka ābolu un burkānu kastu kopējais skaits dalās ar cukīni kastu skaitu; ābolu un cukīni kastu kopējais skaits dalās ar burkānu kastu skaitu, bet burkānu un cukīni kastu skaits dalās ar ābolu kastu skaitu. Cik kastu tur varēja būt?

Atrisinājums. Kastu skaitu apzīmēsim sekojoši:

a – ābolu kastu skaits; b – burkānu kastu skaits; c – cukīni kastu skaits.

Viegli redzēt, ka uzdevuma nosacījumi ir izpildīti, ja kastu skaiti ir vienādi:

$$a = b = c$$

Varētu būt, ka divu veidu kastu skaits ir vienāds, bet trešā veida – atšķirīgs. Arī tas ir iespējams, piemēram, $a = b = 2$; $c = 4$.

Pieņemsim, ka visi skaitļi dažādi $a < b < c$. Tad

$$a + b = c \cdot n$$

$$b + c = a \cdot m$$

$$a + c = b \cdot k$$

Sasummēsim

$$2(a + b + c) = c \cdot n + a \cdot m + b \cdot k$$

Ja visi a, b, c ir nepāra skaitļi, tad visi koeficienti n, m un k ir pāra skaitļi:

$$2(a + b + c) = c \cdot 2n_1 + a \cdot 2m_1 + b \cdot 2k_1$$

$$2(a + b + c) = 2(c \cdot n_1 + a \cdot m_1 + b \cdot k_1)$$

No kurienes seko

$$a + b + c = c \cdot n_1 + a \cdot m_1 + b \cdot k_1$$

Pēdējā vienādība iespējama tikai tad, ja visi *a, b, c* vienādi skaitļi. Tātad, saskaņā ar pieņēmumu, vismaz viens no skaitļiem ir pāra skaitlis. Pārbaudīsim trīs mazākos naturālos skaitļus 1, 2, 3.

Summa 1 + 2 dalās ar 3; summa 1 + 3 dalās ar 2; summa 2 + 3 dalās ar 1. No šejienes var vispārināt

$a = n$; $b = 2n$; $c = 3n$, kur n var būt jebkurš naturāls skaitlis.

Piezīme. Šis ir izpētes uzdevums, kurā nav atrodama viennozīmīga atbilde, nav arī jānoskaidro visas iespējamās atbilžu kopas. Tomēr ieteicams pamatot, ja visi a, b un c ir dažādi skaitļi, tad nevar būt, ka divi no tiem ir pārskaitļi un 1 ir nepāra skaitlis, kā arī der izpētīt tādu situāciju, kur $a < b$ un $b = c$.

5. Anna un Jāzeps nolēma gadatirgū nopirkt kazas. Annai makā bija tikai 5 eiro naudas zīmes un vēl viena monēta 1 eiro. Jāzepam bija tikai 10 eiro naudas zīmes un viena monēta 2 eiro. Anna būtu varējusi nopirkt kazu, ja viņai būtu vēl viena 5 eiro naudaszīme, bet viņa nevarētu samaksāt precīzu naudu. Arī Jāzeps nevarēja samaksāt precīzu kazas cenu, lai gan viņam bija vairāk naudas. Tad abi nopirka divas kazas, samaksājot precīzu cenu, dodot monētas un 20 naudas zīmes. Cik maksāja viena kaza un cik naudas bija Annai? *Piezīme.* Ņemiet vērā, ka kazas cena ir izteikta eiro naudas vienībās.

Atrisinājums. Apzīmēsim Annas naudu $5n + 1$; Jāzepa naudu, ko viņš samaksāja par abām kazām tieši $10m + 2$; vienas kazas cenu ar k. Annai nepietika naudas, lai nopirktu kazu:

$$5n + 1 < k$$

Ja viņai būtu vēl 5 eiro, tad naudas būtu vairāk, nekā maksā viena kaza:

$$5n + 6 > k$$

Novērtēsim kazas cenu:

$$5n + 1 < k < 5n + 6, \text{ jeb}$$

$$1 < k - 5n < 6$$

No šejienes seko, ka $k - 5n = 2$ vai $k - 5n = 3$, vai $k - 5n = 4$, vai $k - 5n = 5$ jeb te ir četras iespējamās kazas cenas:

$$k = 5n + 2$$

$$k = 5n + 3$$

$$k = 5n + 4$$

$$k = 5n + 5$$

Pēdējais variants neder, jo tad Anna ar papildus 5 eiro naudas zīmi varētu samaksāt kazas cenu.

Aprēķināsim, cik Anna un Jāzeps kopā samaksāja par 2 kazām:

$$10m + 5n + 3 = 2k$$

Šeit var aplūkot trīs iepriekšminētās iespējas:

$$10m + 5n + 3 = 10n + 4$$

$$10m + 5n + 3 = 10n + 6$$

$$10m + 5n + 3 = 10n + 8$$

Pirmais un otrais gadījums neatbilst uzdevuma nosacījumiem, ka samaksa par kazām tika veikta bez atlikuma.

Tad mums ir divu vienādojumu sistēma:

$$\begin{cases} 10m + 5n + 3 = 10n + 8 \\ m + n = 20 \end{cases}$$

Atrisinot sistēmu, iegūstam $n = 13$, $m = 7$. Tad aprēķinam, ka viena kaza maksā 69 eiro; Annai bija 66 eiro, bet Jāzepam – vismaz 72 eiro. Pērkot kazas, Jāzeps samaksāja 70 eiro ar 10 eiro naudas zīmēm un vēl 2 eiro monētu; Anna samaksāja visu savu naudu.