Punktiņš. (B Grupa) Izmēģini savus spēkus!
22.11.2019

Atrisinājumi

1. Vai var uzrakstīt tādu skaitļu virkni no 7 dažādiem naturāliem skaitļiem, kuri neviens nedalās ne ar 4, ne ar 7; katru divu blakus stāvošu skaitļu summa nedalās ne ar 4, ne ar 7; katru trīs viens otram sekojošu virknes skaitļu summa nedalās ar 4, bet trīs viens otram sekojošu virknes skaitļu summa dalās ar 7?

Atrisinājums. Vispirms naturālos skaitļus iedalīsim atlikumu grupās pēc 7:

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

No šiem ir jāizvēlas tādi skaitļi, kur 3 skaitļu atlikumu summa dalās ar 7. Piemēram, atlikumi var būt 1; 3; 3; 1; 3; 3; 1; 3… (var izvēlēties arī citādas atlikumu virknes). Lai meklētajā virknē neviens skaitlis, ne divu blakus esošo divu vai 3 skaitļu summa nedalītos ar 4, jāaplūko arī atlikumu grupas pēc 4. Derīgi būs skaitļi, kuri virknē dos atlikumus 1, dalot ar 4, 1; 1; 1; 1; … (var izvēlēties arī citādas atlikumu grupas: 3; 3; 3; 3; 3; … vai 1; 2; 3; 1; 2; 3; 1…) Tad no tabulas izvēlamies skaitļus, kuri dod atlikumus 1 pēc dalījuma ar 4 un atbilstoši dod atlikumus 1 un 3 pēc dalījuma ar 7. Viens no meklētās virknes variantiem ir:

1; 17; 45; 29; 73; 101; 57

2. Skaitlim nodzisuši cipari, kuri aizvietoti ar zvaigznītēm: 2**1. Aizvieto abas zvaigznītes tā, lai skaitlis dalītos ar 7! Atrodi tādu vismazāko skaitli un noskaidro, cik pavisam ir atbilžu! Pamato!

Atrisinājums. Robežās no 2001 līdz 2991 kopumā ir 990 četrciparu skaitļu. No šiem tādi skaitļi, kuri beidzas ar ciparu 1 un dalās ar 7, atkārtojas ik pēc 70. Varam aprēķināt to kopējo skaitu:

$$990: 70 = 14\frac{1}{7}$$

To kopējais skaits ir 14.
Atradīsim mazāko šādu skaitli

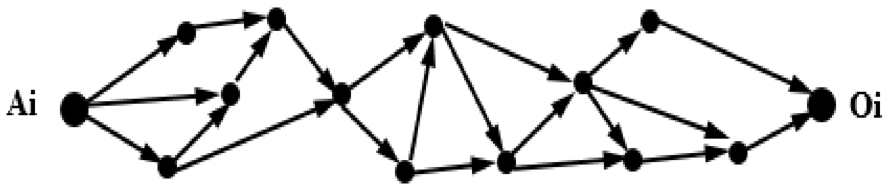
$$\overline{20a1} = 2000 + 10a + 1 = 7n$$
$$2001 + 10a = 285 \cdot 7 + 6 + 10a$$

Lai skaitlis dalītos ar 7, izteiksmei 6 + 10a arī jādalās ar 7. Tas iespējams tikai tad, ja a = 5. Tātad mazākais meklētais skaitlis ir 2051.

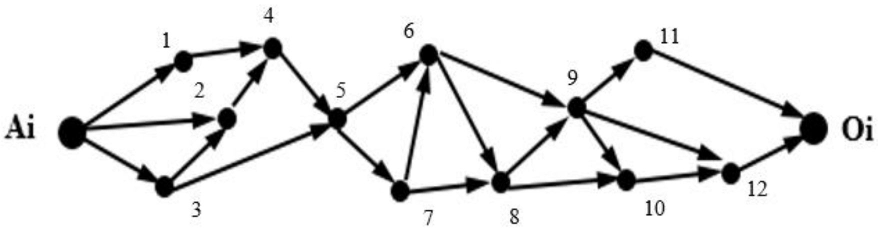
3. Artūram kabatā ir vairākas eiro centu monētas. Viņš teica, ka var samaksāt jebkuru summu mazāku par 1 eiro. Kāds varētu būt vismazākais monētu skaits Artūra kabatā? Atbildi paskaidro!

Atrisinājums. Artūrs var samaksāt 1, 2, 3, 4, un 5 centus. Tad viņam var būt 4 monētas 1 centa vērtībā vai divas monētas 1 centa vērtībā un viena divu centu vērtībā, vai arī 1 centa monēta un divas 2 centu monētas. Tad ir arī 5 centu monēta. Ar monētām 1, 1, 2, 5 var samaksāt jebkuru summu no 1 līdz 9 centiem. Kopā ar 10 centu monētu – līdz pat 19 centiem. Ja ir 20 centu monēta, tad var samaksāt līdz pat 39 centiem. Pievienojot vēl 2 monētas 10 un 50 centu vērtībā – var samaksāt no 1 līdz 99 centiem. Kopā pietiek ar 8 monētām: 1; 1; 2; 5; 10; 10; 20; 50 centu vērtībā.

4. Pilsētas savieno vienvirziena ceļi. Cik dažādos veidos no pilsētas **Ai** var nokļūt uz pilsētu **Oi**? Kāds ir lielākais ceļu skaits, kurus var slēgt, lai joprojām no **Ai** varētu nokļūt uz jebkuru pilsētu, un no jebkuras pilsētas varētu nokļūt uz **Oi**! Cik tagad dažādos veidos no **Ai** var nokļūt uz **Oi**?

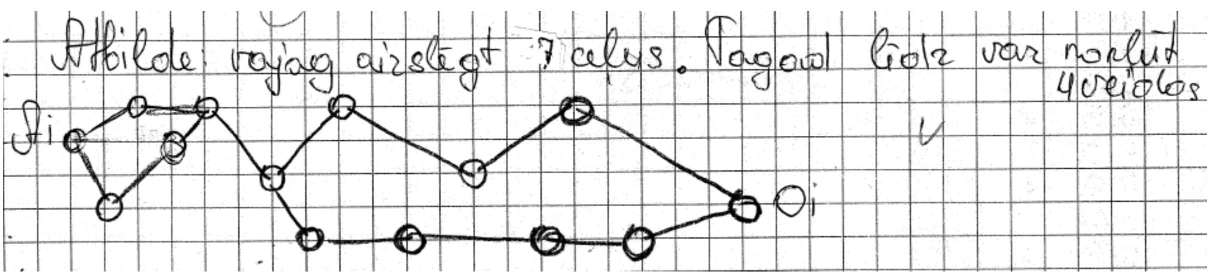


Atrisinājums. Katrā pilsētā summē tajā ienākošo ceļu skaitu. Lai šī summēšana būtu labāk saprotama, sanumurēsim pilsētas:



Pilsētās 1 un 3 no Ai var nokļūt 1 veidā, bet pilsētā 2 – divos veidos (tieši no Ai vai caur 3 pilsētu). Pilsētā 4 var nokļūt 1 + 2, tātad 3 veidos. Pilsētā 5 var nokļūt no pilsētām 3 vai 4, tātad 1 + 3 = 4 veidos. Pilsētā 7 arī var nokļūt 4 veidos, bet pilsētā 6 – 8 veidos. Tā turpinām skaitīšanu. Pilsētā 8 var nokļūt 12 veidos. Pilsētā 9 var nokļūt 20 veidos. Pilsētā 10 var nokļūt 32 veidos. Pilsētā 11 var nokļūt 20 veidos. Pilsētā 12 var nokļūt 52 veidos. Pilsētā Oi var nokļūt 72 veidos.

Var slēgt 7 ceļus. Diānas atrisinājums:



5. Uz Rīgas svētkiem no Liepājas, Ventspils un Cēsīm bija atbraukuši trīs draugi Emīls, Raitis un Aleksis. Viņu profesijas bija zobārsts, pavārs un skolotājs. Emīls nestrādā Liepājā, Aleksis nestrādā Ventspilī. Skolotājs strādā Liepājā, ventspilnieks nav zobārsts, Emīls nav pavārs. Kurš no draugiem dzīvo kurā pilsētā un kāda katram ir profesija?

Anetes atrisinājums:

Emīls ir zobārsts
Emīls strādā ventspilī cēsis
Aleksis strādā Liepājā
Raitis strādā ventspilī
Aleksis ir skolotājs

Liepājas Ventspils Cēsis
Emīls Raitis Aleksis
zobārsts pavārs skolotājs

6. Uz kvadrāta ar izmēru 4 x 4 rūtiņas ir uzliktas viena zila podziņa, bet parējās 15 baltas. Vienā gājienā ir atļauts kādā rindā vai kolonā visas zilās podziņas aizvietot ar baltām, bet visas baltās – ar zilajām. Vai pēc vairākiem gājieniem ir iespējams panākt, ka visas rūtiņas noklātas tikai ar zilajām podziņām?

Atrisinājums. Atrisinājumā var pielietot podziņu skaita pāra un nepāra īpašības. Vienā rindā var būt neviena, viena, divas, trīs vai četras zilas podziņas. Pēc viena gājiena zilo podziņu skaits mainās par pāra skaitli (atbilstoši iegūst +4; +2; 0; -2; -4 zilās podziņas). Pēc katra gājiena zilo podziņu kopējais skaits joprojām ir nepāra skaitlis (iesākumā bija viena). Tāpēc visas zilas podziņas iegūt nevar, jo 16 ir pāra skaitlis.