

Punktiņš. (A Grupa) Cik tas ir “vidēji”?

14.02.2020

Nodarbības mērķis: aplūkot skaitļu vidējā aritmētiskā lieluma pielietojumu uzdevumos. Ievērosim:

Ja n skaitļu vidējais aritmētiskais lielums ir A , tad doto skaitļu kopējā summa ir An .

Nodarbībā ietverti gan ļoti viegli uzdevumi (1. uzd.; 3. uzd.), gan grūtāki (5.uzd.).

1. Septiņas daiļas princeses nostājās rindā pēc auguma. Katra nākamā princese bija par 1 cm garāka nekā iepriekšējā. Viņu kopējā augumu garuma summa bija 1162 cm. Princis uzlūdz uz deju to princesi, kuras auguma garums ir skaitlis, kas dalās ar 8. Kura pēc kārtas viņa bija šajā rindā?

Atrisinājums. Ja ir 7 princeses, tad tikai vienai no tām auguma garuma skaitlis var dalīties ar 8. Aprēķināsim princešu garuma vidējo aritmētisko skaitli

$$1162/7 = 166$$

Princešu vidējais auguma garums ir 1 metrs un 66 centimetri. Ja rindā stāvošo princešu garums atšķiras par 1 cm, tad ir trīs princeses, kuras īsākas par 166 cm, un vēl trīs, kuras garākas par 166 cm. Augumā mazākā princese ir 163 cm gara, bet garākā princese bija 169 cm gara. Princese, kuru uzlūdz princis, bija priekšpēdējā, viņas auguma garums bija 1m 68 cm.

2. Septiņu dažādu naturālu skaitļu vidējais aritmētiskais ir 21. Kāds var būt lielākais šo skaitļu daudzums, kuri lielāki par vidējo aritmētisko?

Atrisinājums. Skaidrs, ka septiņi no dotajiem skaitļiem nevar būt lielāki par to vidējo aritmētisko vērtību. Varbūt seši no skaitļiem varētu būt lielāki par vidējo aritmētisko vērtību? Vispirms aprēķināsim visu doto skaitļu summu, tā ir $21 \cdot 7 = 147$. Pieņemsim, ka var būt tāda situācija, ka seši naturāli skaitļi no dotajiem ir lielāki par to vidējo aritmētisko vērtību, tas ir lielāki par 21. Mēģināsim konstruēt atbilstošu piemēru – izvēlēsimies sešus vismazākos dažādos naturālos skaitļus, kas lielāki par 21. Tie ir 22, 23, 24, 25, 26, 27. Visu šo skaitļu summa ir 147, kas sakrīt ar visu doto skaitļu summu. Ievērojot, ka izvēlējamies mazākos iespējamus skaitļus, kuri lielāki par 21, secinām, ka nevar būt seši skaitļi no dotajiem, kas pārsniedz vidējo aritmētisko vērtību.

Var konstruēt piemēru, kur 5 skaitļi lielāki par vidējo aritmētisko vērtību. Izvēlēsimies 5 mazākos naturālos skaitļus, kuri lielāki par 21. Tie ir 22, 23, 24, 25, 26. Šo skaitļu summa ir 120, tāpēc divu atlikušo skaitļu summa ir 27. Abi no šiem skaitļiem nevar būt lielāki par 21. Dotie 7 skaitļi varētu būt, piemēram, 11, 16, 22, 23, 24, 25, 26.

Piezīme. Izpēti, kādi varētu būt divi vismazākie skaitļi un vislielākais skaitlis šādā septiņu naturālo skaitļu izlasē, kur pieci no skaitļiem ir lielāki par aritmētisko vidējo!

3. Pieci zēni rotaļājās ar stikla lodītēm. Vidēji katram zēnam bija 28 lodītes. Kad viens no zēniem aizgāja prom, tad zēnu vidējais lodīšu skaits samazinājās par 2. Cik lodītes bija zēnam, kurš aizgāja?

Atrisinājums. Aprēķināsim, cik lodīšu zēniem bija kopumā:

$$5 \cdot 28 = 140$$

Ja vidējais lodīšu skaits pamazinājās par 2, tad pēc viena zēna aiziesanas no rotaļas četriem zēniem atlika kopumā $4 \cdot 26 = 104$ lodītes. Tad aizgājušais zēns aiznesa prom:

$$140 - 104 = 36 \text{ lodītes.}$$

4. Artūra vidējā atzīme par četriem matemātikas kontroldarbiem ir 6,5. Šajā pusgadā viņam jāraksta vēl 6 kontroldarbi. Kāda ir jābūt šo sešu kontroldarbu vidējai atzīmei, lai gala atzīme būtu 8?

Atrisinājums. Artūrs vēlas, lai visu 10 kontroldarbu vidējā atzīme ir 8. Par visiem kontroldarbiem kopumā viņam jānopelna 80 punkti. 26 punktus viņš jau ir nopelnījis, jo

$$4 \cdot 6,5 = 26.$$

Tad viņam jānopelna vēl $80 - 26 = 54$ punkti, tas ir, sešos kontroldarbos vidēji jānopelna 9. *Piezīme.* Padomā, kāda ir mazākā atzīme, ko Artūrs drīkst nopelnīt vienā no kontroldarbiem, lai tomēr varētu sasniegt iecerēto mērķi!

5. Konfekšu fabrikā iepakoj kastītes, kurās ir 1, 5, 10 vai 25 marcipāna konfektes. Firmas veikalā ir kastītes ar šīm konfektēm. Veikalā šo konfekšu vidējais aritmētiskais skaits kastītēs ir 20. Ja veikalā būtu vēl viena kastīte ar 25 konfektēm, tad konfekšu vidējais aritmētiskais skaits kastītēs būtu 21. Cik un kādas kastītes varētu būt veikalā?

Atrisinājums. Nav zināms, cik daudz veikalā ir minētā veida kastīšu. Līdz ar to nevaram pateikt kopējo marcipāna konfekšu skaitu. Pieņemsim, ka visas konfektes var izņemt un sadalīt pa dotajām kastītēm, katrā kastītē liekot tieši 20 konfektes (iedomāsimies, ka kastītes ir pietiekami lielas). Ja, pievienojot vēl vienu kastīti ar 25 konfektēm, kastītēs vidējais aritmētiskais skaits ir 21, tas nozīmē, ka papildus kastītē atstāj 21 konfekti, bet atlikušās 4 konfektes pievieno katrai no dotajām kastītēm pa vienai. Tas iespējams tikai tad, ja veikalā bija 4 kastītes. Tagad zinām arī kopējo marcipāna konfekšu skaitu $4 \cdot 20 = 80$. Atliek izdomāt, kāda veida konfekšu kastītes bija veikalā.

Konfekšu skaits 80 ir izsakāms pilnos desmitos. Seko, ka veikalā nebija tādu kastīšu, kurās ir tikai viena konfekste, jo tādas kastītes būtu vismaz 5. Nevarēja būt arī tikai konfekšu kastītes ar 10 konfektēm, tādas vajadzētu 8. Ja bija konfekšu kastītes ar 5 vai 25 konfektēm, tad tās būtu pāra skaitā – vismaz divas. Divas kastītes ar 25 konfektēm un divas ar 10 konfektēm kopumā ir 70 konfektes, kas ir nepietiekami. Līdzīgi spriežot, atrodam, ka veikalā bija viena kastīte ar 5 konfektēm un 3 kastītes ar 25 konfektēm. (Papildini uzdevumu ar izlaistajiem spriedumiem!)

6. Četrstāvu mājas fasādē katrā stāvā ir 7 logi. 18 no tiem ir atvērti. a) Pamato, ka būs vismaz divi atvērti logi viens virs otra. b) Kāds ir mazākais logu skaits, kurus vēl atvērt, lai viens virs otra būtu 3 atvērti logi? (tieši viens virs otra atvērti logi atrodas blakus stāvos, piemēram, otrā un trešā stāva logi)

Atrisinājums. *Gadījums a)* Aplūkosim tos logus, kuri atrodas tieši viens virs otra pirmajā, otrajā, trešajā un ceturtajā stāvā – nosauksim šos četrus logus par logu sleju. Mājas fasādē ir 7 šādas logu slejas. Aprēķināsim, cik vidēji logi ir atvērti vienā slejā:

$$18:7 = 2\text{atl.}4$$

Ievērojot, ka dalījumā ir atlikums, secinām, ka būs tāda logu sleja, kura atvērti vismaz 3 logi. Ja no 4 logiem vienā slejā ir atvērti vismaz 3, tad vismaz divi atvērtie logi atrodas tieši viens virs otra, piemēram, logs aizvērts otrajā stāvā, bet atvērtie logi ir 1., 3. un 4. stāvā. Trešā un ceturta stāva logi atrodas tieši viens virs otra.

Gadījums b). Pieņemsim, ka katrā logu slejā atvērti 3 logi tā, ka nav nekādi 3 tieši viens virs otra atvērti logi. Lielākais šādu logu kopējais skaits ir 21. Ja ir 22 atvērti logi, tad katrā slejā ir vidēji 3 atvērti logi, bet vismaz vienā no logu slejām būs atvērti 4 logi, jo, 22 dalot ar 7, rodas atlikums.