

**Punktiņš.** (B Grupa) Cik tas ir “vidēji”?

14.02.2020

*Īsi atrisinājumi un komentāri*

*Piezīme:* Daļā no uzdevumu atrisinājumiem var izmantot sekojošas formulas:

$n$  skaitļu vidējais aritmētiskais:

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n} = A$$

Ja  $A$  ir  $n$  skaitļu vidējais aritmētiskais, tad šo skaitļu kopējā summa ir:

$$a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = nA$$

1. Artūra vidējā atzīme par četriem matemātikas kontroldarbiem ir 6,5. Šajā pusgadā viņam jāraksta vēl 6 kontroldarbi. Kādai ir jābūt šo sešu kontroldarbu vidējai atzīmei, lai gala atzīme būtu 8?

*Atrisinājums.* Lai Artūram pusgada vidējā atzīme būtu 8, tad par 10 kontroldarbiem kopumā jānopelna 80 punkti. Viņš jau ir nopelnījis  $4 \cdot 6,5 = 26$  punktus. Vēl jānopelna 54 punkti sešos kontroldarbos, tātad vidēji 9 punkti par katru atlikušo kontroldarbu.

2. Septiņu dažādu naturālu skaitļu vidējais aritmētiskais ir 21. Kāds var būt lielākais šo skaitļu daudzums, kuri lielāki par vidējo aritmētisko?

*Atrisinājums.* Septiņu naturālo skaitļu summa ir  $7 \cdot 21 = 147$ . No šiem tādu skaitļu skaits, kas lielāki par vidējo aritmētisko, var būt ne vairāk kā 6. Ja aplūkojam dažādos mazākos iespējamajos naturālos skaitļus, kas lielāki par 21, tie ir skaitļi no 22 līdz 27, to summa ir 147. Līdz ar to seši skaitļi neapmierina uzdevuma nosacījumus. Pieci skaitļi, kas lielāki par 21, šajā skaitļu kopā var būt. Piemēram, 13, 14, 22, 23, 24, 25, 26.

3. Fizikas studentu klubā bija 12 biedri. Viņu IQ koeficientu vidējais aritmētiskais lielums bija 150. Klubā tika uzņemti 4 jauni biedri, bet viņu vidējais aritmētiskais IQ bija vien 120. Daži no kluba biedriem apvainojās un pameta klubu. Izrādījās, ka vidējais IQ līmenis klubā nepamazinājās. Kāds bija vidējais aritmētiskais IQ koeficients tiem, kuri pameta klubu?

*Atrisinājums.* Aprēķināsim kluba biedru vidējo aritmētisko IQ pēc 4 jauno biedru uzņemšanas:

$$\frac{12 \cdot 150 + 4 \cdot 120}{16} = 142,5$$

Ja daži kluba biedri izstājās un no tā vidējais aritmētiskais kluba biedru IQ koeficients nemainījās, tad aizgājušo biedru vidējais aritmētiskais IQ koeficients bija 142,5.

4. Konfekšu fabrikā iepakoj kastītes, kurās ir 1, 5, 10 vai 25 marcipāna konfektes. Firmas veikalā ir kastītes ar šīm konfektēm. Veikalā šo konfekšu vidējais aritmētiskais skaits kastītēs ir 20. Ja veikalā būtu vēl viena kastīte ar 25 konfektēm, tad konfekšu vidējais aritmētiskais skaits kastītēs būtu 21. Cik un kādas kastītes varētu būt veikalā?

*Atrisinājums.* Veikalā kopumā ir  $x$  dotā veida kastītes ar marcipāna konfektēm. Konfekšu kopējais skaits ir  $20x$ . Ja veikalā būtu vēl viena kastīte ar marcipāna konfektēm, tad kastīšu skaits būtu  $x + 1$ , bet konfekšu skaits  $20x + 25$ . Sastādām vienādojumu, ievērojot, ka ar papildus kastīti vidējais konfekšu skaits kastītēs ir 21, un atrisinām to:

$$21 \cdot (x + 1) = 20x + 25$$

$$x = 25 - 21 = 4$$

Aprēķinājām, ka veikalā ir 4 marcipāna konfekšu kastītes un konfekšu kopējais skaits tajās ir 80. Atliek noskaidrot, kāda veida kastītes ir veikalā. Skaidrs, ka nav nevienas tādas kastītes, kurā ir 1 konfekste (pamato, kāpēc!). Nevar būt tikai tādas kastītes, kurās ir 10 konfektes (jo tad būtu 8 kastītes). Tad to kastīšu skaits, kur konfekšu skaits beidzas ar 5, ir pāra skaitā. Līdzīgi spriežot, atrodam, ka veikalā ir 1 kastīte ar 5 konfektēm un 3 kastītes ar 25 konfektēm. (Papildini spriedumu, lai būtu aplūkoti visi gadījumi!)

5. Dārzkopības izmēģinājumu dārzā novāktas 9 dažādas ābolu šķirnes un katra šķirne iepakota atsevišķā kastē. Kastu svars ir 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27 kilogrami. Vai pietiks ar 4 ratiņiem, lai kastes nogādātu noliktavā, ja ratiņos drīkst pārvest ne vairāk kā 52 kilogramus?

*Atrisinājums.* Ja ir 4 ratiņi, ar kuriem jāpārved 9 kastes, tad vismaz vienos ratiņos jāpārved 3 kastes, jo, 9 dalot ar 4, rodas atlikums. Aplūkosim 3 vieglākās kastes, to kopējais svars ir

$19 + 20 + 21 = 60 > 52$  kilogrami. Tātad ar 4 ratiņiem nepietiks, lai vienlaikus pārvestu kastes uz noliktavu.

6. Ir doti septiņi dažāda garuma stienīši, kuru garums ir izsakāms veselos centimetros. Stienīšu vidējais aritmētiskais garums ir 7 cm. Vai var gadīties tā, ka ne no kādiem 3 stienīšiem nevar konstruēt trijstūri?

*Atrisinājums.* Pieņemsim, ka ir tādi dažāda garuma stienīši, kuru vidējais aritmētiskais garums ir 7 cm un ne no kādiem trim stienīšiem nevar konstruēt trijstūri. Aplūkosim tādu pēc iespējas īsāko stienīšu komplektu, no kura nevarēs izvēlēties 3 stienīšus trijstūra konstruēšanai. Lai konstruētu trijstūri, nepieciešams, lai divu īsāko malu summa ir garāka par trijstūra garāko malu. Izvēlēsimies stienīšus ar tādu garumu, lai minētā īpašība nav izpildīta: 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21. Šo stienīšu kopējais garums ir 53 cm. Tas ir vairāk nekā uzdevumā aprakstīto stienīšu kopējais garums, kas, saskaņā ar doto, ir 49 cm. Iegūtā pretruna liecina, ka mūsu pieņēmums ir aplams.