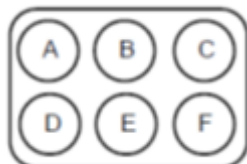


Punktiņš. (B Grupa) Seifi un kodi

21.02.2020

Īsi atrisinājumi un komentāri

1. Zagļi ir iecerējuši ieiet kādā namā. Pie durvīm ir kodu plāksnīte. Ir jānoskaidro - cik dažādi varianti iespējami, ja vienlaikus jānospiež divi taustiņi? Trīs taustiņi?



Atrisinājums. Lai noskaidrotu, cik ir tādi varianti, lai vienlaikus nospiesti abi taustiņi, ir jāaprēķina burtu pāru skaits. Katrs burts ietilpst piecos pāros ar citiem burtiem, bet tādā gadījumā katrs pāris ir uzskaitīts divas reizes. Tāpēc visu pāru skaitu var aprēķināt:

$$\frac{6 \cdot 5}{2} = 15$$

Lai vienlaikus nospiestu 3 taustiņus, jāveido burtu kombinācijas no trim burtiem. Pie katra burtu pāra jāpieliek viens no atlikušajiem 4 burtiem, kas veidos kombinācijas no trim burtiem. Ja šādi aplūko visus 15 burtu pārus, tad katra no trīs burtu kombinācijām ir apskatīta 3 reizes. Tad trīs burtu kombināciju skaitu var aprēķināt:

$$\frac{15 \cdot 4}{3} = 20$$

2. Seifa kods ir 4 – ciparu skaitlis, kas dalās gan ar 8, gan 9. Koda pirmie divi cipari, kā arī pēdējie divi ir izveidoti no secīgiem cipariem. Mēģini noskaidrot kodu!

Atrisinājums. Skaitlis dalās ar 8, ja tā pēdējie 3 cipari veido trīsciparu skaitli, kurš dalās ar 8. Koda pēdējie divi cipari veido pārskaitli no diviem secīgiem cipariem. Apskatām secīgo ciparu pārus: (0; 1), (1; 2), (2; 3), (3; 4), (4; 5); (5; 6); (6; 7), (7; 8), (8; 9). Kopumā ir 9 pāri, tātad no tiem var izveidot 9 dažādus divciparu pārskaitļus, kas būs koda pēdējie divi cipari. Otrs skaitļu pāris ir jāatrod tāds, lai koda ciparu summa dalās ar 9. Pakāpeniski sākam pārbaudīt katru skaitļu pāri. Ievērosim, ka ciparu summai abos skaitļu pāros kopumā ir jābūt 18, jo katra skaitļu pāra summa ir nepāra skaitlis.

No pāriem (0; 1) un (8; 9) var izveidot 3 kodus: 8910; 9810; 1098. Katrs no šiem skaitļiem dalās ar 9, bet nedalās ar 8.

Apskatām pārus (1; 2) un (7; 8). Var izveidot 4 kodus: 7812; 8712; 1278; 2178. No šiem skaitļiem tikai viens skaitlis dalās ar 8. Kods varētu būt 8712.

Līdzīgi atrodam arī citus iespējamus četrciparu kodus. Iespējamie kodi ir

8712; 2376; 7632; 3456.

3. Seifa atslēga sastāv no 3 cipariem, katrs no kuriem var būt no 0 līdz 7. Seifs ir sabojāts un tādēļ tas atveras tad, ja vismaz 2 cipari sakrīt ar pareizajiem. Kāds ir mazākais ciparu kombināciju skaits, kas jāizmēģina, lai noteikti atvērtu seifu?

Atrisinājums. Pietiek atrast divus pareizos koda ciparus. Pieņemsim, ka tie ir zināmi, taču nav noteikts, kurās koda pozīcijās tie jāieraksta – kā pirmais un otrais, vai kā pirmais un trešais, vai kā otrais un trešais cipari. Ja abi cipari vienādi, tad ir 3 izvietojuma varianti, bet, ja abi cipari dažādi – seši izvietojuma varianti, jo ir svarīga arī abu ciparu secība. Tad kopumā visi varianti, kā pārbaudīt sešus dotos ciparus ir:

$$3 \cdot 6 + 6 \cdot 15 = 108$$

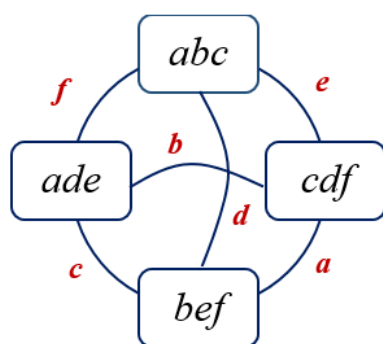
108 varianti, jo no 6 cipariem var izveidot 15 ciparu pārus (skat. 1. uzdevumu).

4. Mafijas krusttēvs pieķēris 4 savus gangsterus, kuri iespējams nozaguši naudu no seifa. Maksis, teica, ka tas bijis Ruperts, bet Ruperts teica, ka naudu paņēmis Antons. Antons atbildēja, ka Ruperts melo, bet Džeks teica, ka neko nav ņēmis. Tikai viens no viņiem teicis taisnību. Kurš paņēma naudu no seifa?

Atrisinājums. Ja Džeks ir teicis patiesību, tad Ruperts melo un Antonam ir taisnība. Tad ir divi gangsteri, kas teikuši patiesību, bet tas neatbilst uzdevuma nosacījumiem. Tātad Džeks melo un **ir** paņēmis naudu. Vienīgais, kurš teicis patiesību ir Antons.

5. Mafijas krusttēvam radusies sarežģīta problēma. Viņš grib uzticēt sava seifa kodu četriem saviem tuvākajiem palīgiem, bet tā, lai neviens no viņiem vienatnē, bet arī nekādi divi no viņiem divatā nevarētu zināt pilnu kodu, bet kodu zinātu jebkuri 3 palīgi. Kāds varētu būt visīsākais koda garums?

Atbilde. Krusttēvs nodomu var izpildīt, ja izvēlas 6-ciparu kodu un katram palīgam pasaka 3 burtus. Shematiski to var attēlot šādi (sarkanie ir tie burti, kurus nezina atbilstošie divi gangsteri):



Komentārs. Atsevišķi jāpaskaidro, kāpēc nevar sastādīt kodu no 3, 4, un 5 burtiem. Sīkāku atrisinājumu var paskatīties jaunākās grupas uzdevumu atrisinājumos (A grupa, seifi un kodi, 5. uzdevums).

6. Mafijas krusttēvs pēc ilgas slimības bija aizmirsis sava seifa piecciparu kodu. Viņš atcerējās, ka katrs nākamais koda cipars nav mazāks par iepriekšējo. Tad rakstāmgalda atvilktņē viņš atrada lapiņu, kurā kods bija pierakstīts šifrētā veidā:

“Jebkuru 3 koda ciparu summa ir lielāka par atlikušo divu ciparu summu. Pirmie divi cipari veido skaitli, kas dalās ar 8. Pirmie 3 cipari veido trīsciparu skaitli, kas dalās ar 7. Pēdējie 3 cipari veido skaitli, kas dalās ar 9.” Vai krusttēvam izdosies kodu atrast?

Atrisinājums. Koda skaitļi ir sakārtoti sekojošā secībā:

$$a \leq b \leq c \leq d \leq e$$

Teikums par to, ka jebkuru trīs ciparu summa lielāka par pārējo divu ciparu summu, liecina par to, ka trīs mazāko skaitļu summa $a + b + c$ ir lielāka nekā divu lielāko skaitļu $d + e$ summa. No tā seko, ka pirmais cipars a nevar būt 0 un līdz ar to neviens koda cipars nav 0. Nosacījums būtu izpildīts, ja visi koda cipari būtu vienādi un atšķirīgi no 0.

Sāksim ar pirmajiem diviem cipariem ab , kuri veido tādu divciparu skaitli \overline{ab} , kas dalās ar 8. Tie varētu būt 16; 24; 56; 88 (citiem skaitļiem, kuri dalās ar 8, vienu cipars mazāks par desmitu ciparu). Izveidosim no tiem nosacījumiem atbilstošus trīsciparu skaitļus \overline{abc} , kuri dalās ar 7: 168; 245; 567; 889.

Aplūkojam skaitli 168. Tas jāpapildina ar vēl diviem cipariem tā, lai pēdējie divi cipari nav mazāki par pirmajiem trim. Tādi skaitļi varētu būt 16888; 16889; 16899, bet nevienam no šiem skaitļiem pēdējo 3 ciparu veidotais skaitlis nedalās ar 9, kā arī pirmo 3 ciparu summa mazāka par pēdējo divu ciparu summu.

Aplūkojam skaitli 245. Tam jāpievieno cipari, kuri ir ne mazāki par 5. Mazākais no šādiem skaitļiem, kur pēdējie 3 cipari dalās ar 9, ir 24558. Bet šim skaitlim pirmo 3 ciparu summa mazāka par pēdējo divu ciparu summu.

Aplūkojam skaitli 567. Lai pēdējo divu ciparu summa būtu mazāka par pirmo 3 ciparu summu, tiem jābūt ne lielākiem par 8 un 9. Taču neviens no skaitļiem, kuri varētu būt koda pēdējie 3 cipari, (777; 778; 788; 789) nedalās ar 9.

Atliek cipari 889. Tos var papildināt vienā vienīgā veidā – 88999. Šis skaitlis atbilst visām prasībām.