

Simetrija, rotācija un homotētija.
Nodarbība 2020. gada 4. aprīlī.

1. Riņķa līnija krusto trijstūra ABC malas BC, CA un AB attiecīgi punktos A_1 un A_2 , B_1 un B_2 , C_1 un C_2 . Pierādīt, ka ja perpendikuli pret trijstūra malām, kas vilkti caur punktiem A_1 , B_1 un C_1 krustojas vietā punktā, tad perpendikuli pret trijstūra malām, kas vilkti caur punktiem A_2 , B_2 un C_2 krustojas vietā punktā, arī krustojas vienā punktā.
2. Četrstūris ievilkts riņķa līnijā. No katras malas viduspunkta novilkts perpendikuls pret pretējo malu. Pierādīt, ka šie 4 perpendikuli krustojas vienā punktā.
3. Punkts M pieder vienādsānu trijstūra ABC pamatam AB. Caur M vilkta taisne, kas krusto CA un CB vai to pagarinājumus attiecīgi punktos A_1 un B_1 . Pierādīt, ka $A_1A / A_1M = B_1B / B_1M$.
4. Caur divu riņķa līniju krustpunktu M novilkta divas taisnes, kas veido vienādus leņķus ar šo riņķa līniju kopējo hordu. Viena no tām krusto riņķa līnijas vēl punktus A un B, bet otra – vēl punktus C un D. Pierādīt, ka $AB = CD$.
5. Uz kvadrāta ABCD malām C un CD atlikti attiecīgi punkti M un K tādi, ka trijstūra CMK perimetrs ir vienāds ar dubultotu kvadrāta malas garumu. Atrast $\angle MAK$ vērtību.
6. Vienādmalu trijstūra ABC malām AB un BC atlikti punkti M un N tā, ka $MN \parallel AC$. Punkts E ir AN viduspunkts un D ir trijstūra BMN masas centrs. Aprēķināt trijstūra CDE leņķus.
7. Riņķa līnija w_1 pieskaras riņķa līnijai w punktā B un atrodas tās iekšpusē. Riņķa līnija w_1 vienāda ar w_2 , pieskaras tai ārēji punktā A un krusto w divos punktos P un Q. Zināms, ka w rādiuss ir divas reizes lielāks par w_1 rādiusu. Pierādīt, ka A, B un viens punktiem P un Q atrodas uz vienas taisnes.
8. Divas riņķa līnijas krustojas punktos A un B un hordas AM un AN ir pieskares attiecīgi katrai no riņķa līnijām. Atlikts tāds punkts C, ka MANC ir paralelograms. Uz malām BN un MC atlikti tādi punkti attiecīgi P un Q, kas sadala tās vienādās proporcijās. Pierādīt, ka $\angle APQ = \angle ANC$.
9. Dots vienādsānu trijstūris ABC, kur $AB = AC$. Dota riņķa līnija, kas iekšēji pieskaras ap trijstūri ABC apvilktajai riņķa līnijai punktā D un malām AB un AC attiecīgi punktos P un Q. Pierādīt, kā PQ viduspunkts ir trijstūrī ABC ievilktais riņķa līnijas centrs.