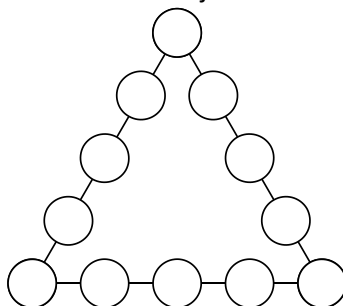


Valsts matemātikas olimpiādes 1. posma uzdevumi

2018./2019. m. g.

5. klase

- 5.1. Katrā tukšajā aplītī (skat. 1. att.) ieraksti vienu naturālu skaitli tā, lai aplīšos būtu ierakstīti visi naturālie skaitļi no 1 līdz 12 un lai skaitļu summa uz katras trijstūra malas būtu 28.

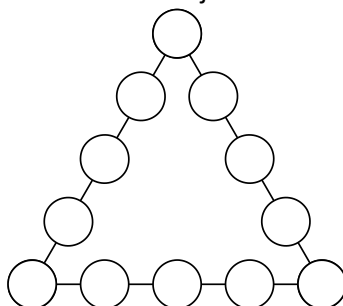


1. att.

- 5.2. Vai x un y vietā var ierakstīt pa vienam ciparam tā, lai skaitlis **a)** $\overline{9x8y7}$ dalītos ar 9; **b)** $\overline{12x3y}$ dalītos ar 6; **c)** $\overline{6x5y34}$ dalītos ar 4?
- 5.3. Kādos daudzstūros ar vienu taisnu griezienu var sagriezt trijstūri? *Atrodi visas iespējas un pamato, ka citu nav!*

6. klase

- 6.1. Katrā tukšajā aplītī (skat. 2. att.) ieraksti vienu naturālu skaitli tā, lai aplīšos būtu ierakstīti visi naturālie skaitļi no 1 līdz 12 un lai skaitļu summa uz katras trijstūra malas būtu 29.

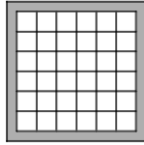


2. att.

- 6.2. **a)** Kādu ciparu var ierakstīt x vietā tā, lai piecciparu skaitlis $\overline{20x18}$ dalītos ar 6?
b) Vai x un y vietā var ierakstīt pa vienam ciparam tā, lai sešciparu skaitlis $\overline{20x18y}$ dalītos ar 25?
- 6.3. Uz taisnstūra $ABCD$ malas AB atzīmēts punkts M tā, ka nogrieznis AM ir četras reizes garāks nekā nogrieznis MB . Zināms, ka trijstūra MBC laukums ir 5 cm^2 . **a)** Aprēķini taisnstūra $ABCD$ laukumu! **b)** Kāds var būt taisnstūra $ABCD$ perimetrs, ja tā malu garumi izsakāmi veselos centimetros? *Atrodi visas iespējas un pamato, ka citu nav!*

7. klase

- 7.1.** Ziemassvētku vecīša noliktavā ir skapis, kas sastāv no 6×6 kvadrātveida plauktiem (skat. 3. att.). Katrā plauktā ir ielikta ne vairāk kā viena dāvana un pavisam kopā skapī ir **a)** 9 dāvanas; **b)** 10 dāvanas. Vai var gadīties, ka nekādas divas dāvanas neatrodas blakus plauktos? Par blakus plauktiem saucsim tos plauktus, kuriem ir vismaz viens kopīgs stūris.



3. att.

- 7.2.** Kādus ciparus var ierakstīt x un y vietā, lai piecciparu skaitlis $\overline{1x73y}$ dalītos ar 12?
7.3. Plaknē novilkta četras taisnes. Cik leņķus, kas mazāki nekā 180° , var veidot šīs taisnes?

8. klase

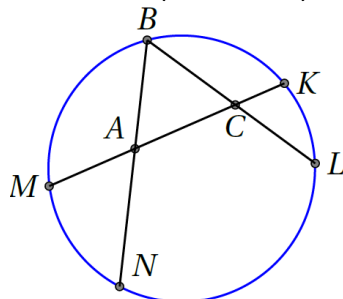
- 8.1.** Skolēni jau laicīgi gribēja radīt sev Ziemassvētku noskaņu. Katrs no 26 vienas klases skolēniem izlozēja kāda sava klases biedra vārdu. Katrs no šiem skolēniem katrā adventē dāvinās izlozētajam klases biedram kādu našķi, kura vērtība nepārsniedz 1 eiro. Vai pēc Ceturtās adventes (tas ir, pēc četrām šādām apdāvināšanās reizēm) noteikti būs bijušas divas dāvanas, kuru cena ir vienāda?
8.2. a) Vai x , y un z vietā var ierakstīt pa vienam ciparam tā, lai sešciparu skaitlis $\overline{z1x73y}$ dalītos ar 20?
b) Kādus ciparus var ierakstīt x un y vietā, lai piecciparu skaitlis $\overline{1x73y}$ dalītos ar 88?
8.3. Pierādīt, ka izliekta četrstūra diagonāļu garumu summa ir lielāka nekā jebkuru divu pretējo malu garumu summa!

9. klase

- 9.1.** Vai var atrast tādus veselus skaitļus x un y , ka $xy(x + 69y) = 2018201920182019$?
9.2. Doti astoņi dažādi naturāli skaitļi, kuri nepārsniedz 28. Pierādīt, ka no tiem var izvēlēties divus skaitļu pārus, kuru starpības ir vienādas. (Dažādiem skaitļu pāriem var būt arī kopīgs skaitlis, starpību rēķina, no lielākā skaitļa atņemot mazāko.)
9.3. Romba $ABCD$ iekšpusē izvēlēts patvaļīgs punkts M , bet K , L , P un R ir attiecīgi romba malu AB , BC , CD un DA viduspunkti. Pierādīt, ka četrstūris, kura virsotnes ir nogriežņu MK , ML , MP un MR viduspunkti, ir taisnstūris!

10. klase

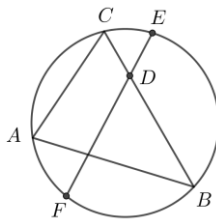
- 10.1.** Pierādīt, ka $9x^2 - 12xy + 20y^2 + 8y + 4 > 0$ visām reālām x un y vērtībām!
- 10.2.** Ap apaļu galdu sēž zēni un meitenes, turklāt zēnu ir trīs reizes vairāk nekā meiteņu. Tādu vietu, kur blakus sēž zēns un meitene, ir divas reizes mazāk nekā pārējo vietu (tas ir, tādu vietu, kur blakus sēž vai nu zēns un zēns, vai meitene un meitene). Kāds ir mazākais iespējamais bērnu skaits?
- 10.3.** Regulāra trijstūra ABC virsotne B atrodas uz riņķa līnijas, bet virsotnes A un C atrodas riņķa līnijas iekšpusē. Malu BA un BC pagarinājumi krusto riņķa līniju attiecīgi punktos N un L . Taisne, uz kuras atrodas AC , krusto riņķa līniju punktos M un K (skat. 4. att.). Pierādīt, ka $AM + CL = AN + CK$.



4. att.

11. klase

- 11.1.** Vai vienādojumam $6^x + 15^y = 7^z$ eksistē atrisinājums naturālos skaitļos?
- 11.2.** Klasē ir 30 skolēni. Katrā decembra dienā daži (varbūt arī neviens, viens vai visi) no šiem skolēniem uzraksta savus novēlējumus uz lapiņas un piesprauž pie sienas, turklāt katru dienu katrs skolēns piesprauž pie sienas ne vairāk kā vienu lapiņu. Decembrim beidzoties, izrādījās, ka katrā dienā pie sienas ir piesprausts dažāds lapiņu skaits. Vai ir iespējams, ka, decembrim beidzoties, visi skolēni pie sienas ir piesprauduši vienu un to pašu lapiņu skaitu?
- 11.3.** Trijstūrim ABC , $AC < BC$ apvilka riņķa līnija. Punkts E ir loka ACB viduspunkts. Uz nogriežņa BC atlikts tāds punkts D , ka $BD = AC$. Stars ED krusto riņķa līniju punktā F (skat. 5. att.). Pierādīt, ka $AF \parallel BC$.



5. att.

12. klase

- 12.1.** Kāds atlikums rodas, $2018^{10} + 2019^5$ dalot ar 9?
- 12.2.** Cik daudz ir piecciparu skaitļu, kas sastāv tieši no trīs dažādiem cipariem, no kuriem neviens nav 0 un neviens cipars neatkārtojas vairāk kā divas reizes?
- 12.3.** Trijstūra ABC leņķa ACB bisektrise un leņķa ABC blakusleņķa bisektrise krustojas punktā D . Pierādīt, ka $\triangle BCD$ apvilktās riņķa līnijas centrs atrodas uz $\triangle ABC$ apvilktās riņķa līnijas.